密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分。考试时间120分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共85分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共17小题,每小题5分,共85分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,$A=\{x\mid x\geqslant 1\}$,$B=\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$,则 $\complement_U A\cup B=$ 【　】

A. $\{x\mid x\leqslant 2\}$　　B. $\{x\mid x<2\}$

C. $\{x\mid -1<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x\mid -1<x<1\}$

2. $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$,$\sin\alpha,\alpha,\tan\alpha$ 的大小顺序是 【　】

A. $\tan\alpha>\sin\alpha>\alpha$　　B. $\tan\alpha>\alpha>\sin\alpha$

C. $\alpha>\tan\alpha>\sin\alpha$　　D. $\sin\alpha>\tan\alpha>\alpha$

3. 已知偶函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b](0<a<b)$ 上是增函数,那么它在区间 $[-b,-a]$ 上是 【　】

A. 增函数　　B. 减函数　　C. 不是单调函数　　D. 常数

4. 下列成立的式子是 【　】

A. $0.8^{-0.1}<\log_3 0.8$　　B. $0.8^{-0.1}>0.8^{-0.2}$

C. $\log_3 0.8<\log_4 0.8$　　D. $3^{0.1}<3^0$

5. 下列函数【　】是非奇非偶函数.

A. $f(x)=x$　　B. $f(x)=x^2-2|x|-1$

C. $f(x)=2^{|x|}$　　D. $f(x)=2^x$

6. 下列函数的周期是 π 的是 【　】

A. $f(x)=\cos^2 2x-\sin^2 2x$　　B. $f(x)=2\sin 4x$

C. $f(x)=\sin x\cos x$　　D. $f(x)=4\sin x$

7. 5名高中毕业生报考3所院校,每人只能报一所院校,则有【　】种不同的报名方法.

A. P_3^3　　B. 5^3　　C. 3^5　　D. C_3^1

8. 设甲:$a>b$;乙:$|a|>|b|$,则 【　】

A. 甲是乙的充分条件　　B. 甲是乙的必要条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲不是乙的充要条件

9. 把点 $A(-2,3)$ 平移向量 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$,则对应点 A' 的坐标为 【　】

A. $(-1,1)$　　B. $(1,-1)$　　C. $(-1,-1)$　　D. $(1,1)$

10. 长方体有一个公共顶点的三个面的面积分别为4,8,18,则此长方体的体积为 【　】

A. 12　　B. 24　　C. 36　　D. 48

11. 已知复数 $z=a+bi$,其中 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $b\neq 0$,则 【　】

A. $|z^2|\neq|z|^2=z^2$　　B. $|z^2|=|z|^2=z^2$

C. $|z^2|=|z|^2\neq z^2$　　D. $|z^2|=z^2\neq|z|^2$

12. 在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\triangle ABC$ 的面积 $=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$,则 $\angle C=$ 【　】

A. $\frac{\pi}{3}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

13. 关于参数 t 的方程 $\begin{cases}x=2pt^2\\ y=2pt\end{cases}$ 的图形是 【　】

A. 圆　　B. 双曲线　　C. 抛物线　　D. 椭圆

14. 与直线 $3x-4y+12=0$ 关于 y 轴对称的直线方程为 【　】

A. $\frac{x}{-4}+\frac{y}{3}=1$　　B. $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$

C. $\frac{x}{-4}+\frac{y}{-3}=1$　　D. $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$

15. 从点 $M(x,3)$ 向圆 $(x+2)^2+(y+2)^2=1$ 作切线,切线长的最小值等于 【　】

A. 4　　B. $2\sqrt{6}$　　C. 5　　D. $\sqrt{26}$

16. 若 $a<b<0$,则下列不等式中不成立的是 【　】

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a-b}>\frac{1}{a}$

C. $|a|>|b|$　　D. $a^2>b^2$

17. 已知函数 $f(x)=ax^2+b$ 的图像经过点(1,2),且其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图像经过点(3,0),则函数 $f(x)$ 的解析式是 【　】

A. $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$　　B. $f(x)=-x^2+3$

C. $f(x)=3x^2+2$　　D. $f(x)=x^2+3$

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 椭圆的中心在原点，一个顶点和一个焦点分别是直线 $x+3y-6=0$ 与两坐标轴的交点，则此椭圆的标准方程为_____.

19. 设 $f(x+1)=x+2\sqrt{x}+1$，则函数 $f(x)=$ _____.

20. 设正三角形的一个顶点在原点，且关于 x 轴对称，另外两个顶点在抛物线 $y^2=2\sqrt{3}x$ 上，则此三角形的边长为_____.

21. 从一个正方体中截去四个三棱锥，得一正三棱锥 $ABCD$，正三棱锥的体积是正方体体积的_____.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

在边长为 a 的正方形中作一矩形，使矩形的顶点分别在正方形的四条边上，而它的边与正方形的对角线平行，问如何作法才能使这个矩形的面积最大？

23.（本小题满分 12 分）

建筑一个容积为 8000m^3，深为 6m 的长方体蓄水池，池壁每 m^2 的造价为 15 元，池底每 m^2 的造价为 30 元.

（Ⅰ）把总造价 y（元）表示为长 x（m）的函数；

（Ⅱ）求函数的定义域.

24.（本小题满分 12 分）

已知正六棱锥的高和底的边长都等于 a.

（Ⅰ）求它的对角面（过不相邻的两条侧棱的截面）的面积、全面积和体积；

（Ⅱ）求它的侧棱和底面所成的角，侧面和底面所成的角.

25.（本小题满分 13 分）

某县位于沙漠边缘，到 1999 年底全县绿化率已达 30%. 从 2000 年开始，每年出现这样的局面：原有沙漠面积的 16% 被栽上树改为绿洲，而同时原有绿地面积的 4% 又被侵蚀，变为沙漠.

（Ⅰ）设全县的面积为 1，1999 年底绿洲面积为 $a_1=\frac{3}{10}$，经过一年绿洲面积为 a_2，经过 n 年绿洲面积为 a_n，求证：$a_{n+1}=\frac{4}{5}a_n+\frac{4}{25}$；

（Ⅱ）问至少经过多少年的绿化，才能使全县的绿洲面积超过 60%（年取整数）.

密封线内不要答题

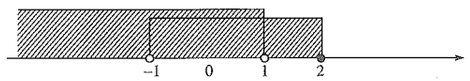
参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】补集运算应明确知道是否包括端点.A 在 U 中的补集是 $x<1$，如图



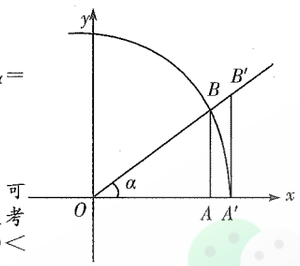
1 题答案图

$\because \complement_U A=\{x\mid x<1\}$，$\complement_U A\cup B=\{x\mid x<1\}\cup\{x\mid -1<x\leqslant 2\}=\{x\mid x\leqslant 2\}$.

2.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】角 α 是第一象限角，如图在单位圆 O 上有，$\sin\alpha=AB$，$\alpha=\overset{\frown}{A'B}$，$\tan\alpha=A'B'$，又 $\because AB<\overset{\frown}{A'B}<A'B'$，$\therefore \sin\alpha<\alpha<\tan\alpha$.



2 题答案图

3.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为偶函数的增减性.

【应试指导】由偶函数的性质：偶函数在 $[a,b]$ 和 $[-b,-a]$ 上有相反的单调性，可知，$y=f(x)$ 在区间 $[a,b](0<a<b)$ 是增函数，它在 $[-b,-a]$ 上是减函数. 此题考查函数的性质. $\because y=f(x)$ 为偶函数，$\therefore f(-a)=f(a)$，$f(-b)=f(b)$，又 $\because f(a)<f(b)$，$\therefore f(-a)<f(-b)$，即 $f(-b)>f(-a)$，$\therefore f(x)$ 在 $[-b,-a]$ 上为减函数.

4.【答案】C

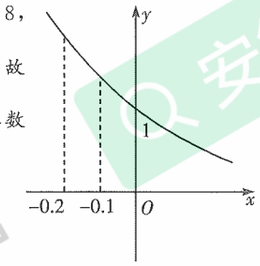
【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数与对数函数的性质.

【应试指导】A，$0.8^{-0.1}$，$\because a=0.8<1$，为减函数，又 $\because x<0$，$\therefore 0.8^{-0.1}>1$. $\log_3 0.8$，$\because a=3>1$，为增函数，$0<x<1$，$\therefore \log_3 0.8<0$. $\therefore 0.8^{-0.1}>\log_3 0.8$，故 A 错.

B，$0.8^{-0.1}$（如图），$\because a=0.8<1$，为减函数，又 $\because -0.1>-0.2$，$\therefore 0.8^{-0.1}<0.8^{-0.2}$，故 B 错.

C，$\log_3 0.8$ 与 $\log_4 0.8$ 两个数值比大小，分别看作 $y_1=\log_3 x$ 与 $y_2=\log_4 x$ 底不同，真数相同，当 $a>1$，$0<x<1$ 时，底大，对大. 故 C 正确.

D，$\because a=3>1$，为增函数，$3^{0.1}>3^0=1$，故 D 错.



4 题答案图

5.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】考查函数的奇偶性，利用奇偶函数的定义就可以讨论.

$\because$ A，$f(-x)=-x=-f(x)$ 为奇函数.

B，$f(-x)=(-x)^2-2|-x|-1=x^2-2|x|-1=f(x)$ 为偶函数.

C，$f(-x)=2^{|-x|}=2^{|x|}=f(x)$ 为偶函数.

D，$f(-x)=2^{-x}\neq -f(x)\neq f(x)$ 为非奇非偶函数.

6.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的周期.

【应试指导】求三角函数的周期时，一般应将函数转化为 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 或 $y=A\cos(\omega x+\varphi)$ 型，然后利用正弦、余弦型的周期公式 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}$ 求解.

A，$f(x)=\cos^2 2x-\sin^2 2x=\cos(2\times 2x)=\cos 4x$，$T=\frac{\pi}{2}$.

B，$f(x)=2\sin 4x$，$T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$.

C，$f(x)=\sin x\cos x=\frac{1}{2}\sin 2x$，$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

D，$f(x)=4\sin x$，$T=\frac{2\pi}{1}=2\pi$.

7.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列与组合.

【应试指导】将院校看成元素，高中生看成位置，由重复排列的元素、位置的条件口诀：

“元素可挑剩，位置不可缺”，重复排列的种数共有“元素^{位置}”种，即将元素的个数作为底数，位置的个数作为指数. 即：元素（院校）的个数为 3，位置（高中生）的个数为 5，共有 3^5 种.

8.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】(1) $a>b\not\Rightarrow|a|>|b|$. 如 $0>-1\Rightarrow|0|<|-1|\not\Rightarrow|0|>|-1|$.

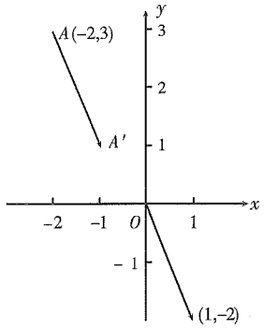
(2) $|a|>|b|\not\Rightarrow a>b$. 如 $|-3|>|-2|\not\Rightarrow -3>-2$. $\therefore$ 左$\not\Rightarrow$右，右$\not\Rightarrow$左，故甲不是乙的充分必要条件.

注：判定两个命题是什么条件时，关键找出条件、结论，画出“$\Rightarrow$”或“$\Leftarrow$”就能正确地说出是充分、必要、充要条件.

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为点的平移变换.

【应试指导】已知点 $A(x_0,y_0)$，向量 $\boldsymbol{a}=(a_1,a_2)$，将点平移向量 $\boldsymbol{a}$ 到点 $A'(x,y)$，由平移公式解，如图，由 $\begin{cases}x=x_0+a_1\\ y=y_0+a_2\end{cases}$，$x=-2+1=-1$，$y=3-2=1$，$\therefore (x,y)$ 为 $(-1,1)$.



9 题答案图

10.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为长方体的体积.

【应试指导】设长方体的长、宽、高分别为 x、y、z，则长方体有一个公共顶点的三个面的面积分别为 xy、yz、xz，则 $xy\cdot yz\cdot xz=x^2y^2z^2=(xyz)^2$，又 $\because$ $4\times 8\times 18=576=24^2$，$\therefore$ $V=x\cdot y\cdot z=24$.

11.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复数的模及其运算.

【应试指导】注意区分 $|z^2|$ 与 $|z|^2$.

$\because z=a+bi$，又 $\because$ 复数 z 的模为：$|z|=\sqrt{a^2+b^2}$，

$\therefore$ 复数模的平方为：$|z|^2=a^2+b^2$，

而 $z^2=(a+bi)(a+bi)=a^2+2abi+b^2i^2=(a^2-b^2)+2abi$，

$\therefore |z^2|$ 复数的平方的模为：$|z^2|=\sqrt{(a^2-b^2)^2+(2ab)^2}=a^2+b^2$.

12.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为余弦定理.

【应试指导】余弦定理是解斜三角形的重要公式，本题利用余弦定理及三角形面积公式 $(S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ab\sin C)$ 求出角.

$\because \cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{4S_{\triangle ABC}}{2ab}$（已知 $S_{\triangle ABC}=\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$），

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\cos C$，　　①

又 $\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$，　　②

由①②得：$\cos C=\sin C$，$\therefore \angle C=\frac{\pi}{4}$.

13.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为参数方程.

【应试指导】由参数方程知为抛物线，可用消参法消去参数 t. $\begin{cases}x=2pt^2 & ①\\ y=2pt & ②\end{cases}$，$\frac{x}{y^2}=\frac{1}{2p}\Rightarrow y^2=2px$ 为顶点在原点的抛物线.

14.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对称直线的性质.

【应试指导】先将 $3x-4y=-12$ 转化为截距式

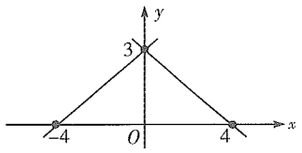
$\frac{3x}{-12}-\frac{4y}{-12}=1\Rightarrow\frac{x}{-4}+\frac{y}{3}=1$，

将 x 换为 $-x$，得：$\frac{-x}{-4}+\frac{y}{3}=1\Rightarrow\frac{x}{4}+\frac{y}{3}=1$.

故选 D.

注：求直线关于 x 轴对称，只需将方程中的 y 换为 $-y$.

求直线关于 y 轴对称，只需将方程中的 x 换为 $-x$.



14 题答案图

15.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】如图，相切是直线与圆的位置关系中的一种，此题利用圆心坐标、半径，求出切线长.

由圆的方程知，圆心为 $B(-2,-2)$，半径为 1，设切点为 A，$\triangle AMB$ 为 Rt$\triangle$，由勾股定理得，

$MA^2=MB^2-1^2=(x+2)^2+(3+2)^2-1^2=(x+2)^2+24$，$MA=\sqrt{(x+2)^2+24}$，

当 $x+2=0$ 时，MA 取最小值，最小值为 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$.

16.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的性质.

【应试指导】$\because\ a<b<0$，$\therefore\ \frac{1}{a}>\frac{1}{b}$，选项 A 成立.

讨论 B 是否成立时，可用做差比较法：

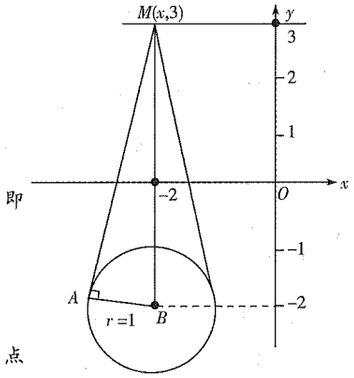
$\because\ \frac{1}{a-b}-\frac{1}{a}=\frac{a-(a-b)}{(a-b)a}=\frac{b}{a(a-b)}$，$\because\ \begin{cases}a<0\\b<0\\a-b<0\end{cases}$，$\therefore\ \frac{b}{a(a-b)}<0$，即

$\frac{1}{a-b}<\frac{1}{a}$，故选项 B 不成立.

17.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为反函数的性质.

【应试指导】$f(x)$ 过 $(1,2)$，其反函数 $f^{-1}(x)$ 过 $(3,0)$，则 $f(x)$ 又过点 $(0,3)$，所以有 $f(1)=2$，$f(0)=3$，得 $\begin{cases}a+b=2\\a\times0+b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=3\end{cases}$，$\therefore f(x)=-x^2+3$.



15 题答案图

二、填空题

18.【答案】$\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{4}=1$ 或 $\frac{y^2}{40}+\frac{x^2}{36}=1$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为椭圆的标准方程.

【应试指导】原直线方程可化为 $\frac{x}{6}+\frac{y}{2}=1$，交点 $(6,0)$，$(0,2)$.

当点 $(6,0)$ 是椭圆一个焦点，点 $(0,2)$ 是椭圆一个顶点时，$c=6$，$b=2$，$a^2=40\Rightarrow\frac{x^2}{40}+\frac{y^2}{4}=1$.

当点 $(0,2)$ 是椭圆一个焦点，$(6,0)$ 是椭圆一个顶点时，$c=2$，$b=6$，$a^2=40\Rightarrow\frac{y^2}{40}+\frac{x^2}{36}=1$.

19.【答案】$x+2\sqrt{x-1}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的解析式.

【应试指导】设 $x+1=t$，则 $x=t-1$，将它们代入 $f(x+1)=x+2\sqrt{x}+1$ 中，得 $f(t)=t-1+2\sqrt{t-1}+1=t+2\sqrt{t-1}$，则 $f(x)=x+2\sqrt{x-1}$.

20.【答案】12

【考情点拨】本题主要考查的知识点为正三角形的性质.

【应试指导】设 $A(x_0,y_0)$ 为正三角形的一个顶点，且在 x 轴上方，$OA=m$，

则 $x_0=m\cos30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}m$，$y_0=m\sin30^\circ=\frac{1}{2}m$，

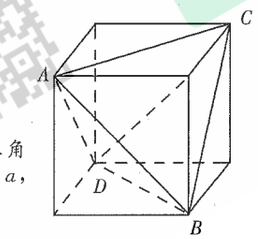
可见 $A(\frac{\sqrt{3}}{2}m,\frac{m}{2})$ 在抛物线 $y^2=2\sqrt{3}x$ 上，从而 $(\frac{m}{2})^2=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}m$，$m=12$.

21.【答案】$\frac{1}{3}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为正棱锥的体积.

【应试指导】截去的四个三棱锥的体积相等，其中任一个三棱锥都是底面为直角三角形，且直角边长与这个三棱锥的高相等，都等于正方体的棱长. 设正方体的棱长为 a，

则截去的一个三棱锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}a\cdot a\cdot a=\frac{1}{6}a^3$，故 $\frac{a^3-4\times\frac{1}{6}a^3}{a^3}=\frac{1}{3}$.



21 题答案图

三、解答题

22. $ABCD$ 是边长为 a 的正方形，$EFGH$ 是要作的矩形.

设 $HD=x$，$(0<x<a)$

则 $AH=a-x$.

由已知 $EH/\!/BD$，$HG/\!/AC$，

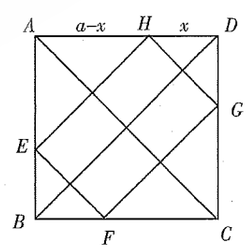
$\therefore\triangle AEH$ 与 $\triangle DHG$ 都是等腰三角形，

于是 $HG=\sqrt{2}x$，$HE=\sqrt{2}(a-x)$，

用 y 表示矩形的面积，

则 $y=\sqrt{2}x\cdot\sqrt{2}(a-x)=-2x^2+2ax=-2(x-\frac{a}{2})^2+\frac{a^2}{2}$，

又 $0<x<a$，$\therefore$ 当 $x=\frac{a}{2}$ 时，$y_{\max}=\frac{a^2}{2}$.



22 题答案图

可知正方形各边中点连得的矩形(即正方形)的面积最大，其值为 $\frac{a^2}{2}$.

注：此题也可用导数求出函数 y 的极值：$y'=-4x+2a$，令 $y'=0$，得驻点 $x=\frac{a}{2}$，此驻点即为极值点.

23.(Ⅰ)设水池长 xm，则宽为 $\frac{8000}{6x}$，池壁面积为 $2\times6(x+\frac{8000}{6x})$，

池壁造价：$15\times12(x+\frac{8000}{6x})$，

池底造价：$\frac{8000\times30}{6}=40000$，

总造价：$y=15\times12(x+\frac{8000}{6x})+40000=180x+\frac{240000}{x}+40000$(元).

(Ⅱ)定义域为 $\{x\mid x\in\mathbf{R}$ 且 $x>0\}$.

24. 设正六棱锥为 $S—ABCDEF$，SO 为高，SK 为面 SEF 的斜高，连接 AC、AD，

则 $\triangle SAC$、$\triangle SAD$ 都是对角面，$AD=2a$，$AC=2AB\cdot\sin60^\circ=\sqrt{3}a$，$SA=SC=\sqrt{SO^2+AO^2}=\sqrt{2}a$.

(Ⅰ)$S_{\triangle SAD}=a^2$.

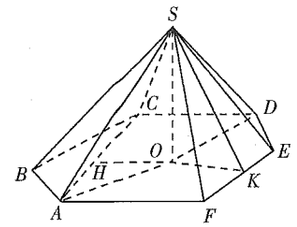
$\triangle SAC$ 的高 $h=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，$S_{\triangle SAC}=\frac{\sqrt{15}}{4}a^2$.

$V_{六棱锥}=\frac{1}{3}\times\frac{(a+2a)\cdot\frac{\sqrt{3}a}{2}}{2}\times2\cdot a=\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$，

$SK=\sqrt{SE^2-EK^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}a$，

$S_{六棱锥全}=S_{六棱锥侧}+S_{六边形}=\frac{3\sqrt{7}}{2}a^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$

$=\frac{3}{2}(\sqrt{7}+\sqrt{3})a^2$.



24 题答案图

(Ⅱ)$\because SO\perp$ 底面，$\therefore\angle SAO$ 是棱 SA 与底面所成的角，

$\because SO\perp AO$，$SO=AO$，$\therefore\angle SAO=45^\circ$.

$\because SO\perp$ 底面，$SK\perp EF$，$EF\subset$ 底面，

$\therefore OK\perp EF$，

$\therefore\angle SKO$ 是面 SEF 与底面所成的二面角的平面角，

$\tan\angle SKO=\frac{SO}{OK}=\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore\angle SKO=\arctan\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

25.(Ⅰ)过 n 年后绿洲面积为 a_n，则沙漠面积为 $1-a_n$，由题意知：

$a_{n+1}=(1-a_n)16\%+a_n96\%=\frac{4}{5}a_n+\frac{4}{25}$.

(Ⅱ)$a_1=\frac{3}{10}$，$a_n=\frac{4}{5}a_{n-1}+\frac{4}{25}$，$(n\geqslant2)$ 则

$\begin{cases}a_n-\frac{4}{5}=\frac{4}{5}\left(a_{n-1}-\frac{4}{5}\right) & (n\geqslant2)\\a_1-\frac{4}{5}=-\frac{1}{2}\end{cases}$，

$\therefore\{a_n-\frac{4}{5}\}$ 是首项为 $-\frac{1}{2}$，公比为 $\frac{4}{5}$ 的等比数列，

$a_n-\frac{4}{5}=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$，即 $a_n=\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}$，

要使 $a_n>\frac{3}{5}$，即 $\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1}<\frac{2}{5}$，$n\geqslant6$，

$\therefore$ 至少需要 6 年，才能使全县的绿化面积超过 60%.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(二)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 若 $U=\{x|x=k,k\in\mathbf{Z}\}$,$S=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$,$T=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$,则 【　】

A. $S=\complement_U T$　　B. $S\cup T\subsetneqq U$　　C. $S\subseteq T$　　D. $S\supseteq T$

2. 在△ABC 中,若 $b=2\sqrt{2}$,$c=\sqrt{6}+\sqrt{2}$,$\angle B=45°$,则 a 等于 【　】

A. 2　　B. 2 或 $2\sqrt{3}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 无解

3. 在△ABC 中,若 $\lg\sin A-\lg\sin B-\lg\cos C=\lg 2$,则△$ABC$ 是 【　】

A. 以 A 为直角的三角形　　B. $b=c$ 的等腰三角形

C. 等边三角形　　D. 钝角三角形

4. 设函数 $f(x+2)=2^{x-2}-5$,则 $f(4)=$ 【　】

A. -5　　B. -4　　C. 3　　D. 1

5. 下列【　】成立.

A. $0.76^{0.12}<1$　　B. $\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{3}>0$

C. $\log_a(a+1)<\log_{(a+1)}a$　　D. $2^{0.32}<2^{0.31}$

6. 函数 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}$ $(x\in\mathbf{R})$的值域为 【　】

A. $y>0$　　B. $y<0$　　C. $0<y\leqslant 1$　　D. $y>1$

7. 在$(2-x)^8$ 的展开式中,x^5 的系数是 【　】

A. 448　　B. 1140　　C. -1140　　D. -448

8. 已知集合 $M=\{1,-2,3\}$,$N=\{-4,5,6,-7\}$,从这两个集合中各取一个元素作为一个点的直角坐标,其中在第一、二象限内不同的点的个数是 【　】

A. 18　　B. 16　　C. 14　　D. 10

9. 已知在平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,$AB=5$,$AD=3$,$AA'=6$,$\angle BAD=\angle BAA'=\angle DAA'=60°$,$AC'=$ 【　】

A. $\sqrt{133}$　　B. 133　　C. 70　　D. 63

10. 在棱长为 2 的正方体中,M、N 分别为棱 AA' 和 BB' 的中点,若 θ 为直线 CM 与 $D'N$ 所成的角,则 $\sin\theta=$ 【　】

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{4\sqrt{5}}{9}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{9}$

11. $i^{25}+i^{15}+i^{40}+i^{80}=$ 【　】

A. 1　　B. -1　　C. -2　　D. 2

12. 命题甲:$x^2=y^2$,命题乙:$x=y(x,y\in\mathbf{R})$,甲是乙的 【　】

A. 充分但非必要条件　　B. 必要但非充分条件

C. 充要条件　　D. 即非充分又非必要条件

13. 直线 $3x-4y-9=0$ 与圆$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=2\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)的位置关系是 【　】

A. 相交但直线不过圆心　　B. 相交但直线通过圆心

C. 相切　　D. 相离

14. 过点(2,-2)且与双曲线 $x^2-2y^2=2$ 有公共渐近线的双曲线方程是 【　】

A. $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$　　B. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

C. $-\frac{x^2}{2}+y^2=1$　　D. $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$ 或 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

15. 根据连续函数的定义,下列函数在指定点或开区间上不连续的是 【　】

A. $f(x)=2x+1$,点 $x=-1$　　B. $f(x)=ax^2+bx+c$,点 $x=0$

C. $f(x)=\begin{cases}2x+3 & x\neq 1\\2 & x=1\end{cases}$,点 $x=1$　　D. $f(x)=\frac{1}{x-2}$,开区间$(0,2)$

16. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x+1)$的单调增区间是 【　】

A. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[0,\frac{1}{2}\right]$　　C. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$

17. 等比数列$\{a_n\}$中,已知对于任意自然数 n 有 $a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$,则$a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots+a_n{}^2$的值为 【　】

A. $(2^n-1)^2$　　B. $\frac{1}{3}(2^n-1)^2$　　C. $\frac{1}{3}(4^n-1)$　　D. 4^n-1

第Ⅱ卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 已知直线 $3x+4y-5=0$,x^2+y^2 的最小值是_____.

19. 若三角形三边之比为 2∶3∶4，则此三角形的最小角为_____弧度.

20. $\lg(\tan 43^\circ \tan 45^\circ \tan 47^\circ)=$_____.

21. 将二次函数 $y=\frac{1}{3}(x-2)^2-4$ 的图像先向上平移三个单位，再向左平移五个单位，所得图像对应的二次函数解析式为_____.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

正四面体 $ABCD$ 内接于半径为 R 的球，求正四面体的棱长.

23.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{\pi(2n^2+n)}{12}$.

求证：$\{a_n\}$ 是等差数列，并求公差与首项.

24.（本小题满分 12 分）

在锐角二面角 $\alpha-l-\beta$ 中，$P\in\alpha$，A、$B\in l$，$\angle APB=90^\circ$，$PA=2\sqrt{3}$，$PB=2\sqrt{6}$，PB 与 β 成 30° 角，求二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小.

25.（本小题满分 13 分）

甲、乙二人各射击一次，若甲击中目标的概率为0.8，乙击中目标的概率为 0.6. 试计算：

（Ⅰ）二人都击中目标的概率；

（Ⅱ）恰有一人击中目标的概率；

（Ⅲ）最多有一人击中目标的概率.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算及其相互间的关系.

【应试指导】注意区分子集、真子集的符号.

∵U 为实数集,S 为偶数集,T 为奇数集,∴T(奇数集)在实数集 U 中的补集是偶数集 S.

2.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角形的解法.

【应试指导】此题是已知两边和其中一边的对角,解三角形时,会出现一解、两解、无解的情况,要注意这一点.

用余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,可得:$(2\sqrt{2})^2=a^2+(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2-2a(\sqrt{6}+\sqrt{2})\cos45^\circ\Rightarrow8=a^2+(8+2\sqrt{6}\times\sqrt{2})-2(\sqrt{6}+\sqrt{2})\frac{\sqrt{2}}{2}a\Rightarrow0=a^2+2\sqrt{12}-(\sqrt{6}+\sqrt{2})\sqrt{2}a\Rightarrow a^2-(\sqrt{12}+2)a+4\sqrt{3}=0$,

解出 $a=\frac{\sqrt{12}+2\pm\sqrt{16+4\sqrt{12}-4\times4\sqrt{3}}}{2}=\frac{\sqrt{12}+2\pm\sqrt{16-8\sqrt{3}}}{2}=\sqrt{3}+1\pm(\sqrt{3}-1)=\begin{cases}2\sqrt{3}\\2\end{cases}$.

(提示:$\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}$)

3.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数与三角形的性质.

【应试指导】判断三角形的形状,条件是用一个对数等式给出,先将对数式利用对数的运算法则整理.

∵$\lg\sin A-\lg\sin B-\lg\cos C=\lg2$,由对数运算法则可得,左$=\lg\frac{\sin A}{\sin B\cos C}=\lg2$,

两个对数底数相等则真数相等:$\frac{\sin A}{\sin B\cos C}=2$,即 $2\sin B\cos C=\sin A$,

在△ABC 中,∵$A+B+C=180^\circ$,∴$A=180^\circ-(B+C)$,

又∵ $\sin A=\sin[180^\circ-(B+C)]=\sin(B+C)=\sin B\cdot\cos C+\cos B\cdot\sin C$,

∴ $\frac{\sin A}{\sin B\cos C}=\frac{\sin B\cos C+\cos B\sin C}{\sin B\cos C}=2$,

$1+\frac{\cos B\sin C}{\sin B\cos C}=2\Rightarrow1+\cot B\tan C=2,\frac{\tan C}{\tan B}=1\Rightarrow\tan C=\tan B\Rightarrow c=b$,故为等腰三角形.

4.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为已知函数的解析式求值.

【应试指导】方法一是利用凑配法,就是将函数的解析式写成关于$(x+2)$的函数式;方法二是常用的换元法,然后求函数值.

方法一:∵$f(x+2)=2^{x-2}-5=2^{(x+2)-4}-5$,∴$f(t)=2^{t-4}-5$,则 $f(4)=2^{4-4}-5=2^0-5=-4$.

方法二:令 $x+2=t$,则 $x=t-2$,$f(t)=2^{t-2-2}-5=2^{t-4}-5$,$f(4)=2^{4-4}-5=2^0-5=-4$.

5.【答案】A

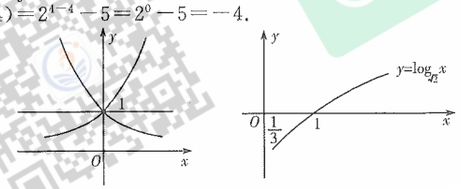
【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数与对数函数的性质.

【应试指导】如图,A,∵$0.76^{0.12}$,$a=0.76<1$ 为减函数,又∵$0.12>0$,∴$0.76^{0.12}<1$.

B,$\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{3}$,$a=\sqrt{2}>1$ 为增函数,又∵$0<\frac{1}{3}<1$,∴$\log_{\sqrt{2}}\frac{1}{3}<0$.

C,$\log_a(a+1)$,因为 a 没有确定取值范围,分 $\begin{cases}0<a<1\\1<a\end{cases}$ 两种情况.

D,∵$2^{0.32}$,$a>1$ 为增函数,$2^{0.32}>2^{0.31}$.



5 题答案图

6.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的值域.

【应试指导】利用指数函数的性质,参照图像(如图).

∵$|x|=\begin{cases}x,x>0\\0,x=0\\-x,x<0\end{cases}$,

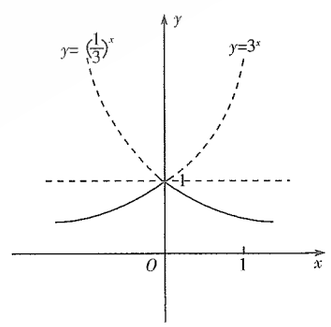
(1)当 $x>0$ 时,$\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}=\left(\frac{1}{3}\right)^x<1$.

(2)当 $x<0$ 时,$\left(\frac{1}{3}\right)^{|x|}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-x}=3^x<1$.

(3)当 $x=0$ 时,$\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$.

∴$0<y\leqslant1$,注意等号是否成立.

注:求函数的值域,要联系自变量取值区间.方法很多,常用的有反函数法、配方法、判别式法、基本不等式法等.



6 题答案图

7.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二项展开式.

【应试指导】直接套用二项式展开公式:

∵$(a+b)^n=C_n^0a^nb^0+C_n^1a^{n-1}b^1+\cdots+C_n^ka^{n-k}b^k+\cdots$

∴$(2-x)^8=C_8^02^8(-x)^0+\cdots+C_8^5\times2^{8-5}\cdot(-x)^5+\cdots+C_8^82^0(-x)^8$.

x^5 的系数是:$C_8^5(-1)^5\times2^{8-5}=C_8^3(-1)^5\times2^3=-\frac{8\times7\times6\times8}{3\times2\times1}=-448$.

注:展开式中第 $r+1$ 项的二项式系数 C_n^r 与第 $r+1$ 项的系数不同.此题不能只写出 C_8^5 就为 x^5 的系数.

8.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列、组合的相关概念与性质.

【应试指导】(1)∵第一象限的点的坐标为 $x>0,y>0$.∴只能 $\left.\begin{array}{l}\text{从}\{1,-2,3\}\text{的 1、3 中取 1 个,}\\\text{有 }C_2^1\text{ 种,}\\\text{从}\{-4,5,6,-7\}\text{的 5、6 中取 1 个,}\\\text{有 }C_2^1\text{ 种,}\end{array}\right\}$取出数再全排列,共有 $C_2^1\cdot C_2^1\cdot P_2^2=2\times2\times2=8$(种).

(2)第二象限的点的坐标应满足 $x<0,y>0$.

$\left.\begin{array}{l}\text{从 }M\text{ 中取}-2\text{ 作横坐标}\\\text{从 }N\text{ 中取 5、6 作纵坐标}\end{array}\right\}\Rightarrow$有 2 种,$\left.\begin{array}{l}\text{从 }N\text{ 中取}-4、-7\text{ 作横坐标}\\\text{从 }M\text{ 中取 1、3 作纵坐标}\end{array}\right\}\Rightarrow C_2^1\cdot C_2^1=2\times2=4$.

共有 $8+2+4=14$.

注:注意区分排列、组合的关键,"有顺序"还是"无顺序"的要求.

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为平行六面体.

【应试指导】如图,

$\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\Rightarrow|\overrightarrow{AC'}|^2$

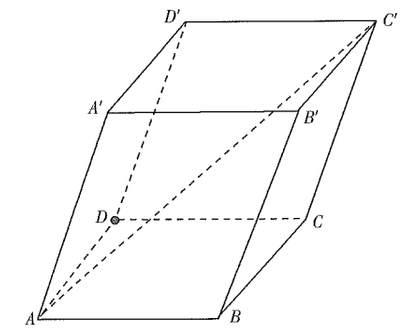
$=|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}|^2$

$=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{AD}|^2+|\overrightarrow{AA'}|^2+2(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AA'})$

$=5^2+3^2+6^2+2(5\times3\times\frac{1}{2}+5\times6\times\frac{1}{2}+3\times6\times\frac{1}{2})$

$=70+2\times(\frac{15}{2}+\frac{30}{2}+\frac{18}{2})=70+63=133$,

∴$|\overrightarrow{AC'}|=\sqrt{133}$.

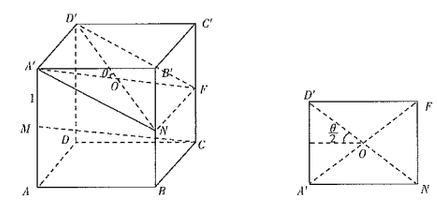


9 题答案图

10.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为异面直线所成的角.

【应试指导】如图,



10 题答案图

取 CC' 的中点为 F,连结 $A'F$,则 $MC/\!/A'F$.异面直线 MC 与 $D'N$ 所成的角与 $A'F$ 与 $D'N$ 所成的角相等.

$\angle A'OD'=\angle\theta$,∵$A'N^2=1^2+2^2=5$,∴$A'N=\sqrt{5}$,$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$,$\sin\theta=\frac{2\tan\frac{\theta}{2}}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}=\frac{2\times\frac{2}{\sqrt{5}}}{1+\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2}=\frac{4\sqrt{5}}{9}$.

11.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复数的运算.

【应试指导】$i^{25}+i^{15}+i^{40}+i^{80}=i+i^3+1+1=2$.

12.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

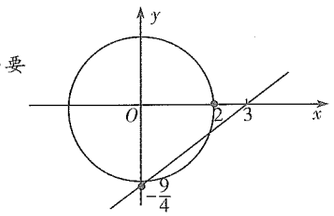
【应试指导】由 $x^2=y^2\not\Rightarrow x=y$,$\Rightarrow x=\pm y$,由 $x=y\Rightarrow x^2=y^2$,则甲是乙的必要非充分条件.

13.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆与直线的位置关系.

【应试指导】方法一.∵$\begin{cases}x=2\cos\theta & ①\\y=2\sin\theta & ②\end{cases}$,①^2+②^2 得:$x^2+y^2=4$,

圆心 $O(0,0)$,$r=2$,则圆心 O 到直线的距离为 $d=\frac{|0-0-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{9}{5}<2$,



13 题答案图

$0<d<2$，∴直线与圆相交，而不过圆心.

方法二. 画图可得出结论，直线与圆相交，而不过圆心(如图).

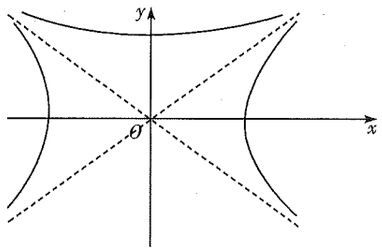
14.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】将双曲线方程化为标准式方程. 如图

$x^2-2y^2=2\Rightarrow\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{1}=1\Rightarrow a=\sqrt{2},b=1$，可知焦点在 x 轴上，渐近线方程为：$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，设所求双曲线标准方程为：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，由已知可知渐近线方程为 $y=\pm\frac{a}{b}x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$，设 $a=\sqrt{2}h,b=2h$，又过点 $(2,-2)$，

将 $(2,-2)$ 代入方程可得：$\frac{(-2)^2}{(\sqrt{2})^2h^2}-\frac{2^2}{(2h)^2}=1\Rightarrow h^2=1$，所以所求双曲线标准方程为：$\frac{y^2}{2}-\frac{x^2}{4}=1$.



14 题答案图

注：本题是用待定系数法来解的.

15.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的连续性.

【应试指导】判断函数在点 x_0 处是否连续，只需看它的极限值是否等于函数值.

选项 A，$f(x)=2x+1$ 是一次函数，在 $(-\infty,+\infty)$ 连续.

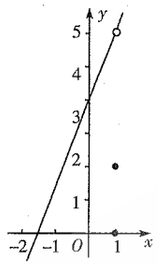
选项 B，$f(x)=ax^2+bx+c$ 是二次函数，在 $(-\infty,+\infty)$ 连续.

选项 C，$f(x)$ 是分段函数，(如图)

$\lim\limits_{x\to1}(2x+3)=5\neq f(1)=2$.

选项 D，$f(x)=\frac{1}{x-2}$，在 $x=2$ 处无意义，而 $(0,2)$ 连续

从以上四个选项的讨论中，只有 C 选项在 $x=1$ 处不连续.



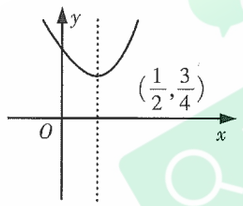
15 题答案图

16.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的增减性.

【应试指导】$\because a=\frac{1}{2}<1$，∴要求 $f(x)$ 增区间必须使 $g(x)=x^2-x+1$ 是减区间，由函数 $g(x)$ 的图像(如图)可知它在 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ 上是减函数，且 $g(x)>0$ 恒成立，

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,\frac{1}{2}]$ 是增函数.



16 题答案图

17.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】$\because$ 已知 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=2^n-1$，

$\therefore a_n=S_n-S_{n-1}=2^n-1-2^{n-1}+1=2^{n-1}$，$\therefore a_n^2=(2^{n-1})^2$，$\therefore a_1^2=1,a_2^2=4,a_3^2=16,a_4^2=64$，即：$a_1^2,a_2^2,\cdots,a_n^2$ 是以 $q=4$ 的等比数列. $\therefore S_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2=\frac{1-4^n}{1-4}=\frac{1}{3}(4^n-1)$.

二、填空题

18.【答案】1

【考情点拨】本题主要考查的知识点为抛物线的性质.

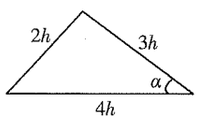
【应试指导】$\because 3x+4y-5=0\Rightarrow y=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$，$x^2+y^2=x^2+(-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4})^2=\frac{25}{16}x^2-\frac{15}{8}x+\frac{25}{16}\Rightarrow a=\frac{25}{16}>1$，

又∵当 $x=-\frac{b}{2a}$ 时，$y=\frac{4ac-b^2}{4a}=\frac{4\times\frac{25}{16}\times\frac{25}{16}-(\frac{15}{8})^2}{4\times\frac{25}{16}}=1$，是开口向上的抛物线，顶点坐标 $(-\frac{b}{2a},\frac{4ac-b^2}{4a})$，有最小值 1.

19.【答案】$\arccos\frac{7}{8}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为余弦定理.

【应试指导】设三边分别为 $2h$、$3h$、$4h$(如图)，由余弦定理知



19 题答案图

$(2h)^2=(3h)^2+(4h)^2-2\times3h\times4h\cos\alpha$

$\therefore\cos\alpha=\frac{7}{8}$，即 $\alpha=\arccos\frac{7}{8}$.

20.【答案】0

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数与三角函数的运算.

【应试指导】$\lg(\tan43^\circ\tan45^\circ\tan47^\circ)=\lg(\tan43^\circ\tan45^\circ\cot43^\circ)=\lg\tan45^\circ=\lg1=0$.

21.【答案】$y=\frac{1}{3}(x+3)^2-1$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二次函数的平移.

【应试指导】由 $y=\frac{1}{3}(x-2)^2-4$ 图像向上平移 3 个单位得：$y=\frac{1}{3}(x-2)^2-4+3=\frac{1}{3}(x-2)^2-1$ 的图像再向左平移 5 个单位，得：$y=\frac{1}{3}(x-2+5)^2-1=\frac{1}{3}(x+3)^2-1$ 的图像.

注：(1) $y=f(x)$ 与 $y=f(x\pm a)$ 的图像是左、右平移关系. $f(x+a)$ 是由 $f(x)$ 向左平移 a 个单位. $f(x-a)$ 是由 $f(x)$ 向右平移 a 个单位.

(2) 函数 $f(x)+a$ 的图像与 $f(x)$ 的图像是上、下平移关系，$f(x)+a$ 的图像是由 $f(x)$ 的图像当 $a>0$ 时向上平移 a 个单位. 当 $a<0$ 时向下平移 $|a|$ 个单位.

三、解答题

22. 在正四面体(如图)中作 $AO_1\perp$ 底面 BCD 于 O_1.

$\therefore O_1$ 为 $\triangle BCD$ 的中心，

$\because OA=OB=OC=OD=R$，

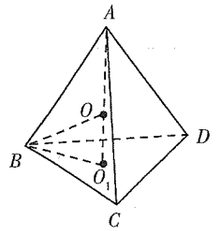
∴球心在底面的 BCD 的射影也是 O_1，∴ A、O、O_1 三点共线，

设正四面体的棱长为 x，

$\because AB=x,BO_1=\frac{\sqrt{3}}{3}x$，$\therefore AO_1=\sqrt{AB^2-BO_1^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}x$，

又 $OO_1=\sqrt{OB^2-O_1B^2}=\sqrt{R^2-\frac{1}{3}x^2}$，

$OO_1=AO_1-OA$，$\therefore\sqrt{R^2-\frac{1}{3}x^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}x-R\Rightarrow x=\frac{2\sqrt{6}}{3}R$.



22 题答案图

23. $\because S_n=\frac{\pi(2n^2+n)}{12}$，

$\therefore a_1=S_1=\frac{\pi(2\times1^2+1)}{12}=\frac{\pi}{4}$，

$\therefore a_n=S_n-S_{n-1}$

$=\frac{\pi(2n^2+n)}{12}-\frac{\pi[2(n-1)^2+(n-1)]}{12}$

$=\frac{\pi}{12}(4n-1)(n\geqslant2)$，

a_1 满足 $a_n=\frac{\pi}{12}(4n-1)$.

$\therefore a_n-a_{n-1}=\frac{\pi}{12}(4n-1)-\frac{\pi}{12}[4(n-1)-1]=\frac{\pi}{3}$，

$\therefore\{a_n\}$ 是以 $\frac{\pi}{4}$ 为首项，公差为 $\frac{\pi}{3}$ 的等差数列.

24. 如图所示作 $PO\perp\beta$ 于 O，连接 BO，

则 $\angle PBO=30^\circ$，

过 O 作 $OC\perp AB$ 于 C，连结 PC，

$\because PO\perp\beta,OC\perp AB,PO\perp AB$，$\therefore PC\perp AB$，

$\therefore\angle PCO$ 为二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角，

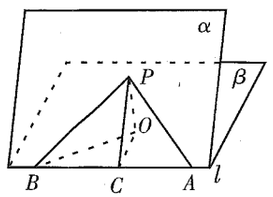
$\because PB=2\sqrt{6}$，$\angle PBO=30^\circ$，$\therefore PO=\sqrt{6}$，

又 $\because PB=2\sqrt{6}$，$PA=2\sqrt{3}$，$\angle APB=90^\circ$，

$\therefore AB=6$，

$PC=\frac{PB\cdot PA}{AB}=2\sqrt{2}$，$\therefore\sin\angle PCO=\frac{PO}{PC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $\angle PCO=60^\circ$，

故二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 60°.



24 题答案图

25. 设甲射击一次击中目标为事件 A，乙射击一次击中目标为事件 B.

由已知得 $P(A)=0.8,P(\overline{A})=1-0.8=0.2$，

$P(B)=0.6,P(\overline{B})=1-0.6=0.4$.

(Ⅰ) $P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)=0.8\times0.6=0.48$.

(Ⅱ) $P(A\cdot\overline{B}+\overline{A}\cdot B)=P(A\cdot\overline{B})+P(\overline{A}\cdot B)=0.8\times0.4+0.2\times0.6=0.44$.

(Ⅲ) $P(A\cdot B)=0.48$，故所求为 $1-P(A\cdot B)=1-0.48=0.52$.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(三)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $I=\{0,1,2,3,4\}$,$A=\{0,1,2,3\}$,$B=\{0,3,4\}$,则 $A\cap\overline{B}$ 是 【　】

A. $\{2,4\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{0,1\}$　D. $\{0,1,2,3\}$

2. 方程 $2\sin 2x=x-3$ 的解 【　】

A. 有 1 个　B. 有 2 个　C. 有 3 个　D. 有 4 个

3. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$,则 $f(\cos x)$ 的定义域为 【　】

A. $[0,1]$　B. $(-\infty,+\infty)$

C. $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　D. $[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}](k\in\mathbb{Z})$

4. 已知 $f(x)$ 是定义域在 $[-5,5]$ 上的偶函数,且 $f(3)>f(1)$,则下列各式一定成立的是 【　】

A. $f(-1)<f(3)$　B. $f(0)<f(5)$　C. $f(3)>f(2)$　D. $f(2)>f(0)$

5. 下列函数的图像向右平移一个单位长度之后,与 $y=f(x)$ 的图像重合的是 【　】

A. $y=f(x+1)$　B. $y=f(x-1)$　C. $y=f(x)+1$　D. $y=f(x)-1$

6. 在△ABC 中,已知 $2B=A+C$,$b^2=ac$,则 $B-A=$ 【　】

A. 0　B. $\frac{\pi}{6}$　C. $\frac{\pi}{4}$　D. $\frac{\pi}{3}$

7. 不等式 $2^{x^2+3}>2^{4x}$ 中 x 的取值范围是 【　】

A. $x<1$　B. $x>3$　C. $x<1$ 或 $x>3$　D. $x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 3$

8. 已知函数 $f(x)=\frac{ax+b}{x+c}$ 的反函数为 $f^{-1}(x)=\frac{2x+5}{x-3}$,则 【　】

A. $a=3,b=5,c=-2$　B. $a=3,b=-2,c=5$

C. $a=-3,b=-5,c=2$　D. $a=2,b=5,c=-3$

9. 已知 α、β 为锐角,$\cos\alpha>\sin\beta$,则 【　】

A. $0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$　B. $\alpha+\beta>\frac{\pi}{2}$　C. $\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　D. $\frac{\pi}{2}<\alpha+\beta<\pi$

10. 设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 都是单位向量,下列命题正确的是 【　】

A. $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$　B. 若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$,则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$

C. $\boldsymbol{a}^2=\boldsymbol{b}^2$　D. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$

11. 过点 $P(2,3)$ 且在两轴上截距相等的直线方程为 【　】

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$　B. $\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$ 或 $y=\frac{3}{2}x$

C. $x+y=5$　D. $y-3=\frac{3}{2}(x-2)$

12. 方程 $y=-\sqrt{x}$ 的图形是过原点的抛物线,且在 【　】

A. 第Ⅰ象限内的部分　B. 第Ⅱ象限内的部分

C. 第Ⅲ象限内的部分　D. 第Ⅳ象限内的部分

13. 甲、乙、丙、丁、戊五个学生排成一排,甲必须排在乙之前的不同排法为 【　】

A. P_4^4　B. $\frac{1}{2}P_4^4$　C. P_5^5　D. $\frac{1}{2}P_5^5$

14. 一切被 3 整除的两位数之和为 【　】

A. 4892　B. 1665　C. 5050　D. 1668

15. 已知 $\alpha\cap\beta=a$,$b\perp\beta$,b 在 α 内的射影是 b',那么 b' 和 a 的关系是 【　】

A. $b'/\!/a$　B. $b'\perp a$

C. b' 与 a 是异面直线　D. b' 与 a 相交成锐角

16. 已知 b_1,b_2,b_3,b_4 成等差数列,且 b_1,b_4 为方程 $2x^2-3x+1=0$ 的两个根,则 b_2+b_3 的值为 【　】

A. $\frac{1}{2}$　B. $-\frac{3}{2}$　C. $-\frac{1}{2}$　D. $\frac{3}{2}$

17. 若函数 $f(x)$ 是奇函数,则函数 $F(x)=f(x)\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$ 的奇偶性是 【　】

A. 奇函数　B. 偶函数

C. 非奇非偶函数　D. 既是奇函数,又是偶函数

第Ⅱ卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 已知 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 为单位向量且互相垂直,向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$,$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$,则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=$_____.

19. $\frac{1}{3}\sqrt{18}\mathrm{i}+\frac{3}{2}\sqrt{8}\mathrm{i}-\frac{2}{5}\sqrt{50}\mathrm{i}=$_____.

20. 方程 $Ax^2+Ay^2+Dx+Ey+F=0(A\neq 0)$ 满足条件 $\left(\frac{D}{2A}\right)^2+\left(\frac{E}{2A}\right)^2-\frac{F}{A}=0$,它的图像是_____.

21. 设离散型随机变量 ξ 的分布列如下表,那么 ξ 的期望等于_____.

ξ	6	5.4	5	4	0
P	0.7	0.1	0.1	0.06	0.04

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

已知 a、b、c 成等比数列,x 是 a、b 的等差中项,y 是 b、c 的等差中项,证明:$\frac{a}{x}+\frac{c}{y}=2$.

23.(本小题满分 12 分)

A、B、C 是直线 l 上的三点,P 是这条直线外一点,已知 $AB=BC=a$,$\angle APB=90°$,$\angle BPC=45°$.求:

(Ⅰ)$\angle PAB$ 的正弦;

(Ⅱ)线段 PB 的长;

(Ⅲ)P 点到直线 l 的距离.

24.(本小题满分 12 分)

在正四棱柱 $ABCD-A'B'C'D'$ 中,$\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{a}$,$\overrightarrow{DC}=\boldsymbol{b}$,$\overrightarrow{DD'}=\boldsymbol{c}$,

(Ⅰ)写出向量$\overrightarrow{DA'}$和$\overrightarrow{BC'}$关于基底$\{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\}$的分解式.

(Ⅱ)求证:$\overrightarrow{DA'}\cdot\overrightarrow{BC'}=|\boldsymbol{c}|^2-|\boldsymbol{a}|^2$.

(Ⅲ)求证:$\overrightarrow{DD'}\perp\overrightarrow{BC}$.

25.(本小题满分 13 分)

电流强度 I 随时间 t 变化的函数关系式是 $I=A\sin\omega t$,设 $\omega=100\pi$(弧度/秒),$A=5$(安培).

(Ⅰ)求电流强度 I 变化周期与频率;

(Ⅱ)当 $t=0,\frac{1}{200},\frac{1}{100},\frac{3}{200},\frac{1}{50}$(秒)时,求电流强度 I(安培);

(Ⅲ)画出电流强度 I 随时间 t 变化的函数的图像.

密 封 线 内 不 要 答 题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】B

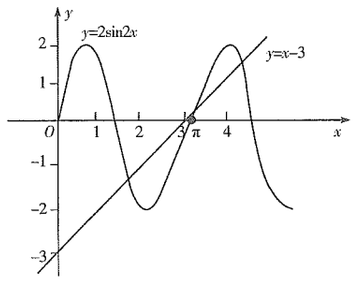
【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】$A\cap\overline{B}=\{0,1,2,3\}\cap\{1,2\}=\{1,2\}$.

2.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角方程的解.

【应试指导】通常三角方程的解法有解析法,还有图像解法. 这个方程的解就是函数 $y=2\sin2x$ 和函数 $y=x-3$ 的值相同的时候,自变量 x 的值,解的个数就是交点的个数(如图).



2 题答案图

注:在同一坐标系中画曲线.

3.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复合函数的定义域.

【应试指导】求 $f(\cos x)$ 的定义域,就是求自变量 x 的取值范围,由已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$,利用已知条件,将 $\cos x$ 看作 x,得 $0\leqslant\cos x\leqslant1$,$2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$.

注:复合函数求定义域的方法:若已知 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$,其复合函数 $f[g(x)]$ 的定义域由不等式 $a\leqslant g(x)\leqslant b$ 解出即得.

4.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】由偶函数定义得:$f(-1)=f(1)$,$\therefore f(3)>f(1)=f(-1)$.

5.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为图像的平移.

【应试指导】图像向右平移一个单位长度后与 $y=f(x)$ 的图像重合,即求 $y=f(x)$ 向左平移一个单位的函数表达式.

由 $y=f(x)$ 图像向右平移 $|c|$ 个单位,得 $y=f(x+c)(c<0)$ 图像,向左平移 c 个单位,得 $y=f(x+c)$ 图像,向上平移 c 个单位,得 $y=f(x)+c$ 图像,向下平移 $|c|$ 个单位,得 $y=f(x)+c(c<0)$ 图像.

反之:由 $y=f(x+c)$ 向右平移 c 个单位得 $y=f(x)$ 的图像.

注:复合函数的图像,可由 $f(x)$ 经过平移得出.

6.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角形的边角关系.

【应试指导】在 $\triangle ABC$ 中,$A+B+C=\pi$,$A+C=\pi-B$,①

$\because 2B=A+C$,②

由①②得 $2B=\pi-B$,$\therefore B=\frac{\pi}{3}$.

又 $\because b^2=a^2+c^2-2ac\cos B=a^2+c^2-2ac\cdot\cos\frac{\pi}{3}$,

$\therefore b^2=a^2+c^2-ac$, ③

又 $\because b^2=ac$, ④

由③④得 $ac=a^2+c^2-ac$,$(a-c)^2=0$,$a=c$,$\therefore A=C$,又 $\because B=\frac{\pi}{3}$,$\therefore\triangle ABC$ 为等边三角形,则 $B-A=0$.

7.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数的性质.

【应试指导】求 x 的取值范围,即求函数的定义域.

$\because 2^{x^2+3}>2^{4x}$,可设为指数函数,$a=2>1$ 为增函数.

由"幂大指大"知 $x^2+3>4x$,可得 $x^2-4x+3>0$,解此不等式得,$x<1$ 或 $x>3$.

8.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的反函数.

【应试指导】$\because f^{-1}(x)=\frac{2x+5}{x-3}$ 的反函数为 $f(x)=\frac{ax+b}{x+c}$, ①

又 $\because f^{-1}(x)=\frac{2x+5}{x-3}$ 的反函数为 $f(x)=\frac{3x+5}{x-2}$,②则①=②,$\therefore a=3,b=5,c=-2$.

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的图像及诱导公式.

【应试指导】方法一:由 $\cos\alpha>\sin\beta$,诱导公式 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\cos\alpha$,得 $\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)>\sin\beta$.

$\because\frac{\pi}{2}-\alpha,\beta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$,$\therefore\frac{\pi}{2}-\alpha>\beta$,移项即得 $\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$,又 $\because\alpha+\beta>0$,$\therefore 0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$.

方法二:可由 $\cos\alpha$ 与 $\sin\beta$ 的图像知,当 $0<\beta<\frac{\pi}{4}$,$0<\alpha<\frac{\pi}{4}$ 时,$\cos\alpha>\sin\beta$,则 $0<\alpha+\beta<\frac{\pi}{2}$.

10.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为单位向量的性质.

【应试指导】单位向量:长度为 1 的向量(没有定方向).

选项 A,$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 错误,

$\because\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的长度相等,但方向不一定相同.

选项 B,若 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$ 则 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 错,

$\because\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 方向可相反,则 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

选项 C,单位向量的长度是相等的.

选项 D,$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=1\times1\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$,

$\because\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 的夹角不知,$\therefore$D 错.

11.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线的截距.

【应试指导】选项 A 中,$\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$,在 x、y 轴上截距为 5. 但答案不完整.

$\because$选项 B 中有两个方程,$y=\frac{3}{2}x$ 在 x 轴上横截距与 y 轴上的纵截距都为 0,也是相等的.

选项 C,虽然过点(2,3),实质上与选项 A 相同.

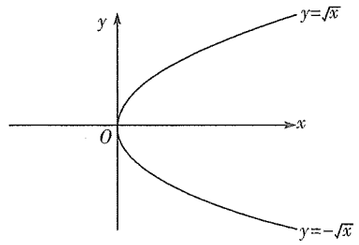
选项 D,转化为:$y=\frac{3}{2}x$,答案不完整.

12.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为抛物线的图像.

【应试指导】$\because$顶点在原点的抛物线,开口方向有四种,即向上、向下、向左、向右. 向右的可分为两支,一支是 $y=\sqrt{x}$,另一支为 $y=-\sqrt{x}$.

由图像(如图)可知为 D.



12 题答案图

13.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】若不考虑甲必须排在乙前面的情况,共有 P_5^5 种排法. 其中,丙、丁、戊的排法位置相同,仅甲、乙排列位置相反的排法各占一半,故甲排在乙前面的排法为 $\frac{1}{2}P_5^5$,所以选择 D.

14.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】被 3 整除的两位数有：12，15，18，…，99. 等差数列 $d=3$，$n=\frac{99}{3}-\frac{9}{3}=33-\frac{9}{3}=30$，$S=\frac{(12+99)\times 30}{2}=1665$.

15.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三垂线定理的逆定理.

【应试指导】$\because \alpha\cap\beta=a, b\perp\beta, \therefore b\perp a$，又 $\because a\subset\alpha$，$\therefore$ 由三垂线定理的逆定理知，b 在 α 内的射影 $b'\perp a$. 故选 B.

16.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】由根与系数关系得 $b_1+b_4=\frac{3}{2}$，由等差数列的性质得 $b_2+b_3=b_1+b_4=\frac{3}{2}$，故应选 D.

17.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】$\because f(x)$ 是奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，

$\because F(x)=f(x)\cdot(-\cos x)=-f(x)\cos x$，

$\therefore F(-x)=-f(-x)\cos(-x)=f(x)\cos x=-F(x)$，

$\therefore F(x)=f(x)\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$ 为奇函数.

注：由此可知，奇函数×偶函数＝奇函数；奇函数×奇函数＝偶函数；偶函数×偶函数＝偶函数.

二、填空题

18.【答案】0

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的内积.

【应试指导】由向量的内积坐标式，坐标向量的性质得：

$\boldsymbol{i}^2=\boldsymbol{j}^2=\boldsymbol{k}^2=1$，$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{k}=\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{k}=0$，

$\because \boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{b}=-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k}$，得：

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j})(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})=-\boldsymbol{i}^2+\boldsymbol{j}^2=-1+1=0$.

19.【答案】$2\sqrt{2}\,\mathrm{i}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复数的运算.

【应试指导】$\frac{1}{3}\sqrt{18}\,\mathrm{i}+\frac{3}{2}\sqrt{8}\,\mathrm{i}-\frac{2}{5}\sqrt{50}\,\mathrm{i}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{2}\,\mathrm{i}+\frac{3}{2}\times 2\sqrt{2}\,\mathrm{i}-\frac{2}{5}\times 5\sqrt{2}\,\mathrm{i}=2\sqrt{2}\,\mathrm{i}$.

20.【答案】点 $\left(-\frac{D}{2A},-\frac{E}{2A}\right)$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的性质.

【应试指导】$Ax^2+Ay^2+Dx+Ey+F=0$，①

将①的左边配方，得

$\left(x+\frac{D}{2A}\right)^2+\left(y+\frac{E}{2A}\right)^2=\left(\frac{D}{2A}\right)^2+\left(\frac{E}{2A}\right)^2-\frac{F}{A}$，

$\because \left(\frac{D}{2A}\right)^2+\left(\frac{E}{2A}\right)^2-\frac{F}{A}=0$，

方程①只有实数解 $\begin{cases}x=-\frac{D}{2A}\\ y=-\frac{E}{2A}\end{cases}$，即它的图像是以 $\left(-\frac{D}{2A},-\frac{E}{2A}\right)$ 为圆心，$r=0$ 的圆，

所以表示一个点 $\left(-\frac{D}{2A},-\frac{E}{2A}\right)$，也称为点圆.

21.【答案】5.48

【考情点拨】本题主要考查的知识点为随机变量的期望.

【应试指导】$E(\xi)=6\times 0.7+5.4\times 0.1+5\times 0.1+4\times 0.06+0\times 0.04=5.48$.

三、解答题

22. 由已知条件得，$b^2=ac$，$2x=a+b$，$2y=b+c$，①

$\therefore 2cx=ac+bc$，$2ay=ab+ac$，②

②中两式相加得，$2ay+2cx=ab+2ac+bc$，

又①中后两式相乘得，

$4xy=(a+b)(b+c)$

$=ab+b^2+ac+bc=ab+2ac+bc$，

$\therefore 2ay+2cx=4xy$，即 $\frac{a}{x}+\frac{c}{y}=2$.

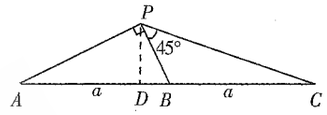
23. PC 是 $\angle APB$ 的外角平分线，

(Ⅰ)由外角平分线性质定理，

$\frac{PA}{PB}=\frac{AC}{BC}=\frac{2}{1}$，则 $PB=\frac{PA}{2}$，$\sin\angle PAB=\frac{PB}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

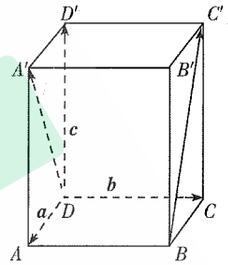
(Ⅱ)$PB=AB\sin\angle PAB=\frac{\sqrt{5}}{5}a$.

(Ⅲ)作 $PD\perp AB$(如图所示)，其中 $PA=\frac{2}{\sqrt{5}}a$，故 $PD=PA\sin\angle PAB=\frac{2}{5}a$.



23 题答案图

24.(Ⅰ)由题意知(如图所示)



24 题答案图

$\overrightarrow{DA'}=\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DA}=\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC'}=-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$.

(Ⅱ)$\overrightarrow{DA'}\cdot\overrightarrow{BC'}=(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})(-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c})=(\boldsymbol{c}+\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})=|\boldsymbol{c}|^2-|\boldsymbol{a}|^2$.

(Ⅲ)$\overrightarrow{DD'}\cdot\overrightarrow{BC'}=\boldsymbol{c}\cdot(-\boldsymbol{a})=-\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，

$\because$ 由已知，$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{c}$ 是正四棱柱的棱，$\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 两两垂直，

$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=0$，$\therefore \overrightarrow{DD'}\perp\overrightarrow{BC'}$.

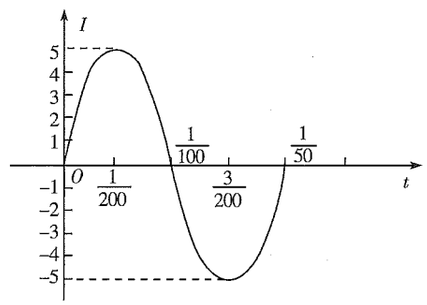
25.(Ⅰ)$T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{2\pi}{100\pi}=\frac{1}{50}(s)$，$f=\frac{1}{T}=50(s^{-1})$.

所以电流强度 I 变化的周期为 $\frac{1}{50}s$，频率为 50 次/s.

(Ⅱ)列表如下：

t(秒)	0	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{1}{50}$
$I=5\sin 100\pi t$	0	5	0	−5	0

(Ⅲ)下图为 I 随 t 变化的图像：



25 题答案图

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(四)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分。考试时间120分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共85分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共17小题,每小题5分,共85分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U=\{x|2\leqslant x\leqslant 20,x\in \mathbf{Z}\}$,$M=\{4$ 的倍数$\}$,$N=\{3$ 的倍数$\}$,$M\cup N=$ 【　】

A. $\{3,4,6,8,9,12,15,16,18,20\}$　　B. $\{3\}$

C. $\{x|2<x\leqslant 20\}$　　D. $\{3,5,7,11,13,17,19\}$

2. 在△ABC 中,若 $a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}=c+\frac{1}{c}$,则△$ABC$ 必是 【　】

A. 直角三角形　B. 等腰三角形　C. 等边三角形　D. 钝角三角形

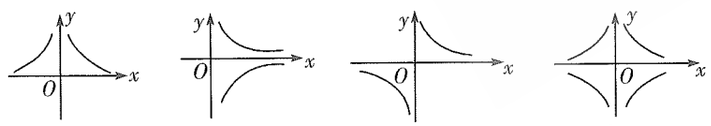
3. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right)=x+\sqrt{1+x^2}\ (x>0)$,则 $f(x)=$ 【　】

A. $\frac{1-\sqrt{x^2+1}}{x}$　B. $\frac{1+\sqrt{x^2-1}}{x}$　C. $\frac{1-\sqrt{x^2-1}}{x}$　D. $\frac{1+\sqrt{x^2+1}}{x}$

4. 已知 $f(x)$ 是偶函数,且其图像与 x 轴有4个交点,则方程 $f(x)=0$ 的所有实根之和为 【　】

A. 4　B. 2　C. 1　D. 0

5. 方程 $|y|=\frac{1}{|x|}$ 的图像是下图中的 【　】



A　B　C　D

6. 下列等式中,不成立的是 【　】

A. $\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}$　B. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{BA}$　C. $0\cdot\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}$　D. $\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{OB}$

7. 曲线 $y=|x|$ 和 $x^2+y^2=4$ 所围成的最小区域的面积是 【　】

A. $\frac{\pi}{4}$　B. $\frac{3}{4}\pi$　C. π　D. $\frac{3}{2}\pi$

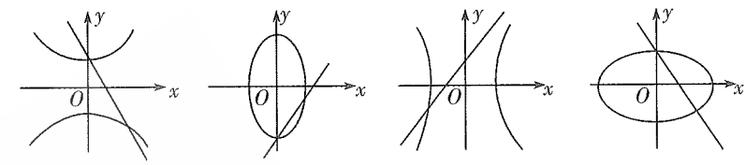
8. 某类灯泡使用时数在1000小时以上的概率为0.2,三个灯泡在使用1000小时以后最多只有一个坏的概率为 【　】

A. 0.008　B. 0.104　C. 0.096　D. 1

9. 从椭圆与 x 轴的右交点看短轴两端点的视角为60°的椭圆的离心率 【　】

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　B. $\frac{1}{2}$　C. 1　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. a、b 是实数,$a\neq b$,且 $ab\neq 0$,方程 $bx^2+ay^2=ab$ 及 $y=ax+b$ 所表示的曲线只能是 【　】



A　B　C　D

11. 设 A、B、C 是三个随机事件,用 A、B、C 的运算关系【　】表示事件:B、C 都发生,而 A 不发生.

A. $A\cup B\cup\overline{C}$　B. $\overline{A}BC$　C. $\overline{A}\cup\overline{B\cup C}$　D. $A\overline{BC}$

12. 下列各式正确的是 【　】

A. $\cos 2<\sin 1<\tan\pi$　B. $\cos 2n\pi<\cot\pi^\circ<\sin 1$

C. $\cos 1<\cos 2<\sin 1$　D. $\cos 2<\cos 1<\cot\pi^\circ$

13. 圆柱的轴截面面积等于10,体积为5π,它的母线长和侧面积分别是 【　】

A. 5和10π　B. 5π和10　C. 5和25π　D. 10和10π

14. $(x-a^{-2})^6$ 展开式中,末3项的系数(a,x 均未知)之和为 【　】

A. 22　B. 12　C. 10　D. −10

15. 函数 $y=2\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$ 的最大值是 【　】

A. 1　B. 2　C. $\sqrt{2}$　D. $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

16. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,4)$,向量 $\boldsymbol{b}=(0,-2)$,则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$ 的值为 【　】

A. $\frac{4}{5}$　B. $-\frac{4}{5}$　C. $\frac{2}{25}$　D. $-\frac{2}{25}$

17. 已知 x 轴上的一点 B 与点 $A(5,12)$ 的距离等于13,则点 B 的坐标为 【　】

A. $(10,0)$　B. $(0,0)$　C. $(10,0)$或$(0,0)$　D. $(-10,0)$

第Ⅱ卷(非选择题,共65分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

18. 函数 $y=\frac{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+2)}}{2x+3}$ 的定义域是_____.

19. 已知 $5\pi<\alpha<\frac{11}{2}\pi$,且 $|\cos\alpha|=m$,则 $\cos\frac{\alpha}{2}$ 的值等于_____.

20. 已知 $1\leqslant x^2+y^2\leqslant 2$，$x^2-xy+y^2$ 的值域为_____.

21. 已知 $A(2,1)$，$B(3,-9)$，直线 l：$5x+y-7=0$ 与直线 AB 交于 P 点，点 P 分 AB 所成的比为_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

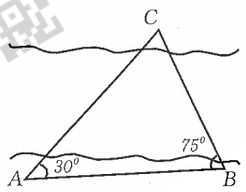
22.(本小题满分 12 分)

(Ⅰ)求曲线 $y=\ln x$ 在(1,0)点处的切线方程；

(Ⅱ)并判定在$(0,+\infty)$上的增减性.

23.(本小题满分 12 分)

为了测河的宽，在岸边选定两点 A 和 B，望对岸标记物 C，测得$\angle CAB=30°$，$\angle CBA=75°$，$AB=120\text{m}$，求河的宽.

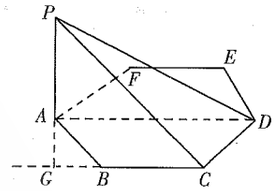


24.(本小题满分 12 分)

已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a，PA 为过点 A 而垂直于正六边形所在平面 M 的垂线，且 $PA=a$，求：

(Ⅰ)点 P 到 AB、BC、CD 各边的距离；

(Ⅱ)PD 与平面 M 所成的角.

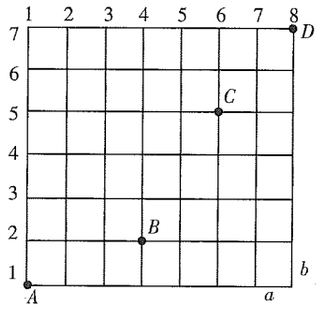


25.(本小题满分 13 分)

某城有东西方向的街道七条，相邻两街的距离为 b；南北方向的街道八条，相邻两街的距离为 a，形成一个矩形.

(Ⅰ)从 A 到 D 的最短途径有多少条？

(Ⅱ)从 A 经 B 和 C 到 D 的最短途径有多少条？



参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】$M=\{4,8,12,16,20\}$，$N=\{3,6,9,12,15,18\}$，则 $M\cup N=\{3,4,6,8,9,12,15,16,18,20\}$.

2.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等式的变换.

【应试指导】由 $a+\frac{1}{a}=b+\frac{1}{b}$，得 $(a-b)+\frac{b-a}{ab}=0$，则 $(a-b)\left(1-\frac{1}{ab}\right)=0\Rightarrow a=b$ 或 $\frac{1}{ab}=1$.

同理 $b+\frac{1}{b}=c+\frac{1}{c}\Rightarrow b=c$ 或 $\frac{1}{bc}=1$，$a+\frac{1}{a}=c+\frac{1}{c}\Rightarrow a=c$ 或 $\frac{1}{ac}=1$. $\therefore a=b=c$.

3.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的解析式.

【应试指导】$\because f\left(\frac{1}{x}\right)=x+\sqrt{1+x^2}$，令 $\frac{1}{x}=t$，则 $x=\frac{1}{t}$，

$f(t)=\frac{1}{t}+\sqrt{1+\left(\frac{1}{t}\right)^2}=\frac{1}{t}+\sqrt{\frac{t^2+1}{t^2}}=\frac{1}{t}+\frac{\sqrt{1+t^2}}{t}=\frac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}$，

函数与用哪个英文字母无关，只与对应法则、定义域有关.

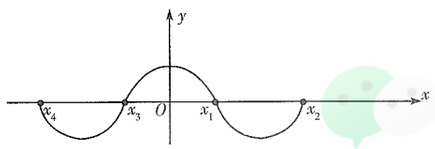
4.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为偶函数的性质.

【应试指导】设 $f(x)=0$ 的实根为 x_1,x_2,x_3,x_4，

$\because f(x)$ 为偶函数，$\therefore x_1,x_2,x_3,x_4$，两两成对出现(如图)，

$x_1=-x_3$，$x_2=-x_4$，$x_1+x_2+x_3+x_4=0$.



4 题答案图

5.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为反比例函数的图像.

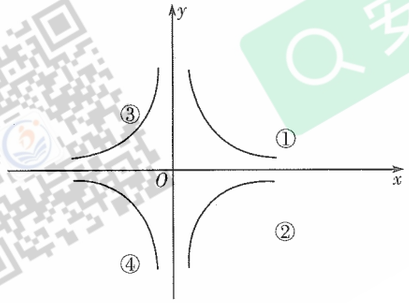
【应试指导】本题属于读图题型，在寻求答案时，要着重讨论方程的表达式.

$\because |y|=\frac{1}{|x|}$，

$\therefore$(1)当 $x>0$ 时，$|y|=\frac{1}{x}\Rightarrow\begin{cases}y=\frac{1}{x} & ,y>0 \quad ①\\ -y=\frac{1}{x}\Rightarrow y=-\frac{1}{x} & ,y<0 \quad ②\end{cases}$

$\therefore$(2)当 $x<0$ 时，$|y|=-\frac{1}{x}\Rightarrow\begin{cases}y=-\frac{1}{x} & ,y>0 \quad ③\\ -y=-\frac{1}{x}\Rightarrow y=\frac{1}{x} & ,y<0 \quad ④\end{cases}$

如图，



5 题答案图

6.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的运算.

【应试指导】对于选项 A，用两向量相等的定义便知其错.

7.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为弧度制的面积公式.

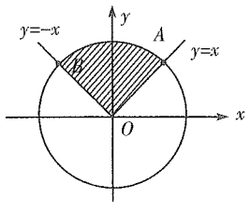
【应试指导】利用弧度制中的面积公式 $S=\frac{1}{2}L\cdot r$. 如图，

$\because x^2+y^2=4=2^2$，

$\therefore r=2$.

$\overset{\frown}{AB}=L=\frac{1}{4}\cdot 2\pi r$，

$\therefore S=\frac{1}{2}\times\frac{2\pi\times 2}{4}\times 2=\pi$.



7 题答案图

8.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为分类计数原理.

【应试指导】已知灯泡使用 1000 小时后好的概率为 0.2，坏的概率为 $1-0.2=0.8$，则三个灯泡使用 1000 小时以后，可分别求得：

$P(\text{没有坏的})=C_3^0\cdot 0.8^0\cdot(0.2)^3=0.008$，

$P(\text{一个坏的})=C_3^1\cdot 0.8^1\cdot(0.2)^2=0.096$，

故最多只有一个坏的概率为：$0.008+0.096=0.104$.

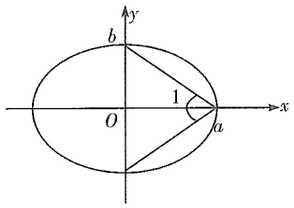
9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为椭圆的离心率.

【应试指导】求椭圆的离心率，先求出 a,c.(如图)

$\because\angle 1=60^\circ$，$\therefore b=\frac{a}{2}$，$c=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

由椭圆定义知 $e=\frac{c}{a}=\frac{\frac{\sqrt{3}a}{2}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.



9 题答案图

10.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线与圆锥曲线的相交关系.

【应试指导】考查直线与圆锥曲线的相交关系时，应对它们的系数分四种情况讨论，做到不重复、不遗漏.

$\because\begin{cases}bx^2+ay^2=ab\\ y=ax+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}=1 & ①\\ y=ax+b & ②\end{cases}$

选项 A，① $\begin{cases}a<0\\ b>0\end{cases}$，② $\begin{cases}a<0\\ b>0\end{cases}$.

选项 B，① $\begin{cases}a>0\\ b>0\end{cases}$，② $\begin{cases}a>0\\ b<0\end{cases}$.

选项 C，① $\begin{cases}a>0\\ b<0\end{cases}$，② $\begin{cases}a>0\\ b>0\end{cases}$.

选项 D，① $\begin{cases}a>0\\ b>0\end{cases}$，② $\begin{cases}a<0\\ b>0\end{cases}$.

11.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为随机事件的表示.

【应试指导】选项 A，表示 A 或 B 发生或 C 不发生. 选项 C，表示 A 不发生或 B、C 不发生. 选项 D，表示 A 发生且 B、C 不发生.

12.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】选项 A 错，$\because\cos 2<0$，($2\in$ 第二象限角) $\because\sin 1>0$，($1\in$ 第一象限角) $\because\tan\pi=0$，$\therefore\tan\pi<\sin 1$.

选项 B 错，$\because\cos 2n\pi=1$，$\cot\pi^\circ=\cot 3.14^\circ>0$，$1<\cot 3.14^\circ<+\infty$，$1>\sin 1>0$，$\cos\pi^\circ>\sin 1$.

选项 C 错，$\because\cos 2<0$，$\cos 1>0$，$\therefore\cos 2<\cos 1$.

选项 D 对，$\because\cos 2<0$，$0<\cos 1<1$，$1<\cot\pi^\circ<+\infty$，$\therefore\cos 2<\cos 1<\cot\pi^\circ$.

13.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆柱的母线长和侧面积.

【应试指导】求母线的长，可从圆柱的截面积中求出. 如图，

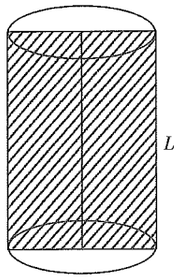
$S_{截面}=2r\cdot L=10$，

$rL=5$， ①

$V=\pi r^2\cdot L=5\pi\Rightarrow r^2L=5$ ②

$\frac{②}{①}=\frac{r^2L}{rL}=1\Rightarrow r=1$，

$\therefore L=5$，$S_{侧}=2\pi r\cdot L=2\pi\times 1\times 5=10\pi$.



13 题答案图

14.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二项展开式的性质.

【应试指导】$(x-a^{-2})^6=C_6^0x^6(-a^{-2})^0+\cdots+C_6^4x^{6-4}(-a^{-2})^4+C_6^5x^1(-a^{-2})^5+C_6^6x^0\cdot(-a^{-2})^6$，末三项系数之和为 $C_6^4(-1)^4+C_6^5(-1)^5+C_6^6(-1)^6=C_6^4-C_6^5+C_6^6=C_6^2-C_6^1+1=\frac{6\times 5}{2}-6+1=10$.

15.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的最值.

【应试指导】$\because y=2\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=2\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right]\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)$

$=2\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)=\cos 2x$，$\therefore y_{\max}=1$.

注：求三角函数的最值时，应先将函数转化为 $\sin x$ 或 $\cos x$ 的函数，再讨论函数的取值情况.

16.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的夹角.

【应试指导】求 $\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$，可直接套用公式 $\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|}$.

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(3,4)\cdot(0,-2)=3\times 0+4\times(-2)=-8$，

$\cos\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{-8}{\sqrt{3^2+4^2}\cdot\sqrt{0^2+(-2)^2}}=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$.

17.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为两点间距离公式.

【应试指导】设 $B(x,0)$，由两点间的距离公式得：

$|\overrightarrow{AB}|=13\Rightarrow\sqrt{(x-5)^2+(0-12)^2}=13\Rightarrow(x-5)^2+144=169\Rightarrow x-5=\pm 5\Rightarrow x=10$ 或 $x=0\Rightarrow B$ 点坐标为 $(10,0)$ 或 $(0,0)$.

二、填空题

18.【答案】$\{x\mid -2<x\leqslant -1$，且 $x\neq -\frac{3}{2}\}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】

$\begin{cases}\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\geqslant 0\\ x+2>0\\ 2x+3\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<x+2\leqslant 1\\ x>-2\\ x\neq -\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow -2<x\leqslant -1$，且 $x\neq -\frac{3}{2}$，

所以函数 $y=\frac{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x+2)}}{2x+3}$ 的定义域是 $\{x\mid -2<x\leqslant -1$，且 $x\neq -\frac{3}{2}\}$.

19.【答案】$-\sqrt{\frac{1-m}{2}}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为半角公式.

【应试指导】注意 $\cos\frac{\alpha}{2}$ 的正负.

$\because 5\pi<\alpha<\frac{11}{2}\pi$（$\alpha\in$ 第三象限角），$\therefore\frac{5\pi}{2}<\frac{\alpha}{2}<\frac{11}{4}\pi\left(\frac{\alpha}{2}\in\text{第二象限角}\right)$，

故 $\cos\frac{\alpha}{2}<0$，又 $\because|\cos\alpha|=m$，$\therefore\cos\alpha=-m$，则 $\cos\frac{\alpha}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=-\sqrt{\frac{1-m}{2}}$.

20.【答案】$[\frac{1}{2},3]$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的值域.

【应试指导】$\because x^2+y^2\geqslant 1$，令 $x=\cos\alpha$，$y=\sin\alpha$，

则 $x^2-xy+y^2=1-\cos\alpha\sin\alpha=1-\frac{\sin 2\alpha}{2}$，

当 $\sin 2\alpha=1$ 时，$1-\frac{\sin 2\alpha}{2}=\frac{1}{2}$，$x^2-xy+y^2$ 取到最小值 $\frac{1}{2}$.

同理：$x^2+y^2\leqslant 2$，令 $x=\sqrt{2}\cos\beta$，$y=\sqrt{2}\sin\beta$，

则 $x^2-xy+y^2=2-2\cos\beta\sin\beta=2-\sin 2\beta$，

当 $\sin 2\beta=-1$ 时，x^2-xy+y^2 取到最大值 3.

21.【答案】4

【考情点拨】本题主要考查的知识点为线段的定比分点.

【应试指导】由直线方程的两点式可得，过 $A(2,1)$，$B(3,-9)$ 的方程为：

$L_{AB}:\frac{x-2}{3-2}=\frac{y-1}{-9-1}$，则 $\begin{cases}10x+y-21=0\\ 5x+y-7=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{14}{5}\\ y=-7\end{cases}$，

$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}=\frac{2+\lambda\cdot 3}{1+\lambda}$，即 $\frac{14}{5}=\frac{2+3\lambda}{1+\lambda}\Rightarrow\lambda=4$.

三、解答题

22.（Ⅰ）$y'=\frac{1}{x}\Big|_{x=1}\Rightarrow k=1$，故所求切线方程为 $y-0=k(x-1)\Rightarrow y=x-1$.

（Ⅱ）$\because y'=\frac{1}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，则 $y'>0$，

$\therefore y=\ln x$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增.

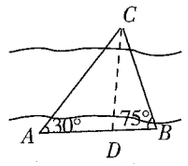
23. 如图，

$\because\angle C=180^\circ-30^\circ-75^\circ=75^\circ$，

$\therefore\triangle ABC$ 为等腰三角形，则 $AC=AB=120\text{m}$，

过 C 作 $CD\perp AB$，则由 $\text{Rt}\triangle ACD$ 可求得 $CD=\frac{1}{2}AC=60\text{m}$.

即河的宽为 60 m.



23 题答案图

24.（Ⅰ）如图所示，

$\because PA\perp$ 平面 M，$\therefore PA\perp BC$，

$\therefore$ 点 P 到 AB 的距离为 a.

过 A 作 BC 的垂线交 CB 的延长线于 G，连结 PG，

$\therefore BC\perp$ 平面 APG，即 $PG\perp AB$，

$\because AG=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，$PA=a$，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle APG$ 中，$PG=\sqrt{PA^2+AG^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}a$，因此 P 到 BC 的距离为 $\frac{\sqrt{7}}{2}a$.

$\because PA\perp$ 平面 M，

$\therefore AC$ 是 PC 在平面 M 上的射影，

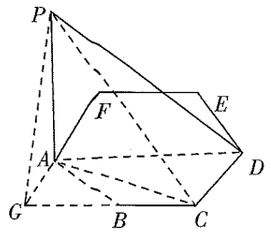
又 $\because AD$ 是正六边形 $ABCDEF$ 外接圆的直径，

$\therefore\angle ACD=90^\circ$.

因此 $AC\perp CD$，所以 $CD\perp$ 平面 ACP，即 PC 是 P 到 CD 的距离，

$\because AC=\sqrt{3}a$，$PA=a$，

$\therefore PC=\sqrt{3a^2+a^2}=2a$，因此 P 到 CD 的距离为 $2a$.



24 题答案图

（Ⅱ）设 PD 与 DA 所夹的角为 α，在 $\text{Rt}\triangle PAD$ 中，$\tan\alpha=\frac{PA}{AD}=\frac{a}{2a}=\frac{1}{2}$，

$\therefore\alpha=\arctan\frac{1}{2}$ 为 PD 与平面 M 所夹的角.

25.（Ⅰ）每一条最短途径有 6 段 b 及 7 段 a，

因此从 A 到 D 的最短途径共 $\frac{13!}{7!\times 6!}=1716$ 条.

（Ⅱ）同理，从 A 到 B 再到 C，最后到 D 的最短途径共

$$\left.\begin{array}{l}\text{从 } A \text{ 到 } B \text{ 有 } \frac{(3+1)!}{3!\times 1!}\text{ 条}\\ \text{从 } B \text{ 到 } C \text{ 有 } \frac{(2+3)!}{2!\times 3!}\text{ 条}\\ \text{从 } C \text{ 到 } D \text{ 有 } \frac{(2+2)!}{2!\times 2!}\text{ 条}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{4!}{3!\times 1!}\times\frac{5!}{2!\times 3!}\times\frac{4!}{2!\times 2!}=240.$$

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(五)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{x|-4\leqslant x<2\}$,$B=\{x|-1<x\leqslant 3\}$,那么集合 $A\cap B=$ 【　】

A. $\{x|-4<x<3\}$　B. $\{x|-4\leqslant x\leqslant 3\}$　C. $\{x|-1<x<2\}$　D. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$

2. 若 $\sin\alpha>\tan\alpha$,$\alpha\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$,则 $\alpha\in$ 【　】

A. $(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{2})$　B. $(-\frac{\pi}{2},0)$　C. $(0,\frac{\pi}{4})$　D. $\left(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right)$

3. 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义,则下列函数中必为偶函数的是 【　】

A. $y=|f(x)|$　B. $y=-|f(x)|$　C. $y=xf(x)$　D. $y=f(x)+f(-x)$

4. 设 $0<a<b<1$,则下列正确的是 【　】

A. $a^4>b^4$　B. $4^{-a}<4^{-b}$　C. $\log_4 b<\log_4 a$　D. $\log_a 4>\log_b 4$

5. 函数 $y=2^x$ 的图像与函数 $x=\log_2 y$ 的图像 【　】

A. 关于 x 轴对称　B. 关于 y 轴对称

C. 关于直线 $y=x$ 对称　D. 是同一条曲线

6. 下列函数中,【　】不是周期函数.

A. $y=\sin(x+\pi)$　B. $y=\sin\frac{1}{x}$　C. $y=1+\cos x$　D. $y=\sin 2\pi x$

7. 6 名学生和 1 名教师站成一排照相,教师必须站在中间的站法有 【　】

A. P_7^7　B. P_6^6　C. P_5^5　D. $2P_3^3$

8. 设甲:$\Delta>0$,乙:$ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根,则 【　】

A. 甲是乙的必要条件,但不是充分条件　B. 甲是乙的充分条件,但不是必要条件

C. 甲是乙的充分必要条件　D. 甲不是乙的充分条件,也不是必要条件

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{a}=(-1,2)$,$\boldsymbol{b}=(x,2)$,则 $x=$ 【　】

A. 4　B. -8　C. 8　D. -4

10. 正方形边长为 a,围成圆柱,体积为 【　】

A. $\frac{a^3}{4\pi}$　B. πa^3　C. $\frac{\pi}{2}a^3$　D. $\frac{a^3}{2\pi}$

11. 复数 $z=\frac{a^2-4a+3}{a-1}+(a^2-3a+2)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$ 为实数,则 $a=$ 【　】

A. 1　B. 2　C. 3　D. 4

12. 以 $x^2-3x-1=0$ 的两个根的平方为根的一元二次方程是 【　】

A. $x^2-11x+1=0$　B. $x^2+x-11=0$

C. $x^2-11x-1=0$　D. $x^2+x+1=0$

13. 圆 $\begin{cases}x=1+r\cos\theta\\ y=-2+r\sin\theta\end{cases}$($\theta$ 为参数)的圆心在【　】点上.

A. $(1,-2)$　B. $(0,5)$　C. $(5,5)$　D. $(0,0)$

14. 过点 $P(2,-3)$ 且在两坐标轴上截距相等的直线方程是 【　】

A. $x+y+1=0$ 或 $3x+2y=0$　B. $x-y-1=0$ 或 $3x+2y=0$

C. $x+y-1=0$ 或 $3x+2y=0$　D. $x-y+1=0$ 或 $3x+2y=0$

15. 过点 $P(5,0)$ 与圆 $x^2+y^2-4x-5=0$ 相切的直线方程是 【　】

A. $y=5$　B. $x=5$　C. $y=-5$　D. $x=-5$

16. 参数方程 $\begin{cases}x=\cos\varphi\\ y=\sin\varphi\end{cases}$($\varphi$ 为参数)表示的图形为 【　】

A. 直线　B. 圆　C. 椭圆　D. 双曲线

17. 已知平面 α、β、γ 两两垂直,它们三条交线的公共点为 O,过 O 引一条射线 OP,若 OP 与三条交线中的两条所成的角都是 $60°$,则 OP 与第三条交线所成的角为 【　】

A. $30°$　B. $45°$　C. $60°$　D. 不确定

第Ⅱ卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 顶点在原点、焦点在 x 轴上且通径(过焦点和对称轴垂直的弦)长为 6 的抛物线方程为_____.

19. $f(u)=u-1$,$u=\varphi(x)=\lg x$,则 $f[\varphi(10)]=$_____.

20. 圆心在 y 轴上,且与直线 $x+y-3=0$ 及 $x-y-1=0$ 都相切的圆的方程为_____.

21. 若正三棱锥底面边长为 a,且三条侧棱两两垂直,则它的体积为_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

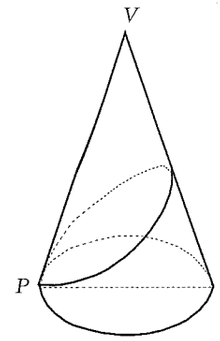
某工厂每月生产 x 台游戏机的收入为 $R(x)=-\frac{4}{9}x^2+130x-206$(百元),成本函数为 $C(x)=50x+100$(百元),当每月生产多少台时,获利润最大?最大利润为多少?

23.(本小题满分 12 分)

已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 和圆 $x^2+y^2=a^2+b^2$,M、N 为圆与坐标轴的交点,求证:圆的弦 MN 是椭圆的切线.

24.(本小题满分 12 分)

已知正圆锥的底面半径是 1cm,母线为 3cm,P 为底面圆周上一点,由 P 绕过圆锥回到 P 点的最短路径如图所示,由顶点 V 到这条路线的最小距离是多少?



25.(本小题满分 13 分)

从椭圆上 $x^2+2y^2=2$ 的右焦点引一条倾斜 45°的直线,以这条直线与椭圆的两个交点 P、Q 及椭圆中心 O 为顶点,组成△OPQ.

(Ⅰ)求△OPQ 的周长;

(Ⅱ)求△OPQ 的面积.

密 封 线 内 不 要 答 题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】C

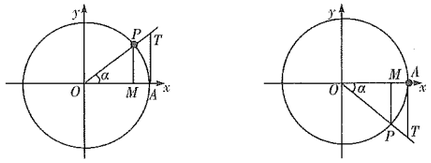
【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】$A\cap B=\{x|-4\leqslant x<2\}\cap\{x|-1<x\leqslant 3\}=\{x|-1<x<2\}$.

2.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为利用三角函数线求角.

【应试指导】首先做出单位圆,然后根据问题的约束条件,利用三角函数线找出满足条件的 α 角取值范围.



2 题答案图

$\because \sin\alpha>\tan\alpha,\alpha\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$,又 $\because \sin\alpha=MP,\tan\alpha=AT$,

(1)$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$\sin\alpha<\tan\alpha$.

(2)$-\frac{\pi}{2}<\alpha<0$,$\sin\alpha>\tan\alpha$. 故选 B.

3.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】考查函数的奇偶性,只需将 $f(x)$ 中的 x 换成 $-x$,计算出 $f(-x)$,然后用奇函数,偶函数定义下结论. 对于 A、B、C 项无法判断其奇偶性,而选项 D 有 $y=f(x)+f(-x)$,将 $f(x)$ 中的 x 换写成 $-x$ 有 $f(-x)+f[-(-x)]=f(-x)+f(x)=y$.

4.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数与对数函数的性质.

【应试指导】A 错,$\because 0<a<b<1$,$a^4<b^4$.

B 错,$\because 4^{-a}=\frac{1}{4^a}$,$4^{-b}=\frac{1}{4^b}$,$4^b>4^a$,$\therefore 4^{-a}>4^{-b}$.

C 错,$\because \log_4 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数,

$\therefore \log_4 b>\log_4 a$.

D 对,$\because 0<a<b<1$,$\log_a x$ 为减函数,对大底小.

5.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数的图像.

【应试指导】函数 $y=2^x$ 与函数 $x=\log_2 y$,是指对函数的两种书写方式,不是互为反函数,故是同一条曲线,但在 $y=2^x$ 中,x 为自变量,y 为函数,在 $x=\log_2 y$ 中,y 为自变量,x 为函数.

6.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的周期性.

【应试指导】A 是周期函数,B 不是周期函数,C 是周期函数,D 是周期函数.

7.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】此题是有条件限制的排列问题. 让教师站在中间,6 名学生的全排列有 P_6^6 种.

8.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】甲:$\Delta>0\Leftrightarrow$乙:$ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根.

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的垂直.

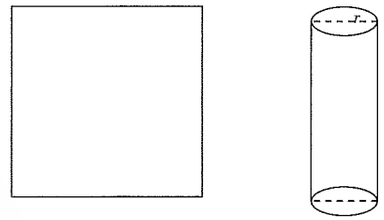
【应试指导】$\because \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,

$\therefore \boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(-1,2)\cdot(x,2)=0$,即 $-1\cdot x+2\times 2=0$,$-x+4=0$,$x=4$.

10.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆柱的体积.

【应试指导】欲求圆柱的体积,由体积公式可知,必须知道圆柱的高(即正方形的边长)、半径. 半径可由圆柱的周长等于正方形的边长求出. 如图,



10 题答案图

$\because C=2\pi r=a\Rightarrow r=\frac{a}{2\pi}$,

$V_{柱}=\pi r^2\cdot a=\pi\cdot\left(\frac{a}{2\pi}\right)^2\cdot a=\pi\cdot\frac{a^2}{4\cdot\pi^2}\cdot a=\frac{a^3}{4\pi}$.

11.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复数的概念.

【应试指导】由题意知,$\begin{cases}a\neq 1\\a^2-3a+2=0\end{cases}\Rightarrow a=2$.

12.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为根与系数的关系.

【应试指导】设 $x^2-3x-1=0$ 的两根分别为 x_1,x_2,则由根与系数的关系得 $x_1+x_2=3$,$x_1x_2=-1$.

又所求方程的两根为 x_1^2,x_2^2,

则 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=11$,$x_1^2x_2^2=(x_1x_2)^2=1$,

$\therefore$所求方程为 $x^2-11x+1=0$.

13.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的参数方程.

【应试指导】因为 $\begin{cases}x=1+r\cos\theta\\y=-2+r\sin\theta\end{cases}$,$\therefore$圆的圆心为 $O(1,-2)$.

14.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线的截距.

【应试指导】若直线在两坐标轴上截距相等,将直线方程转化为截距式容易判别.

选项 A 对.

选项 B 错,直线 $x-y-1=0$ 不过点 $(2,-3)$.

选项 C 错,直线 $x+y-1=0$ 不过点 $(2,-3)$.

选项 D 错,直线 $x-y+1=0$ 不过点 $(2,-3)$.

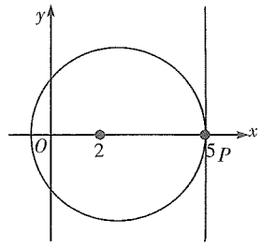
15.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】将圆的一般方程配方得出圆的标准方程.

$\because x^2+y^2-4x-5=0\Rightarrow(x-2)^2+y^2=9=3^2$,

则点 $P(5,0)$ 在圆上只有一条切线(如图),即 $x=5$.



15 题答案图

16.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为参数方程.

【应试指导】$\because$在 $\cos\varphi$、$\sin\varphi$ 中 φ 为参数,消去 φ 得,$x^2+y^2=1$,

即半径为 1 的圆,圆心在原点.

17.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为异面直线间的夹角.

【应试指导】将 α、β、γ 看成是长方体中有公共点的三个面,OP 看成是长方体的对角线,应选 B.

二、填空题

18.【答案】$y^2=\pm 6x$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为抛物线的方程.

【应试指导】设抛物线的方程为 $y^2=\pm 2px$,则焦点 $F(\pm\frac{p}{2},0)$,所以有 $\left(\frac{6}{2}\right)^2=\pm 2p(\pm\frac{p}{2})$,得 $p=\pm 3$,

故抛物线方程为 $y^2=\pm 6x$.

19.【答案】0

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复合函数求值.

【应试指导】$\because \varphi(x)=\lg x$,

$\therefore \varphi(10)=\lg 10=1$,

$\therefore f[\varphi(10)]=\varphi(10)-1=1-1=0$.

20.【答案】$x^2+(y-1)^2=2$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的切线的性质.

【应试指导】设圆的方程为$(x-0)^2+(y-y_0)^2=r^2$,(如图)

圆心为 $O'(0,y_0)$.

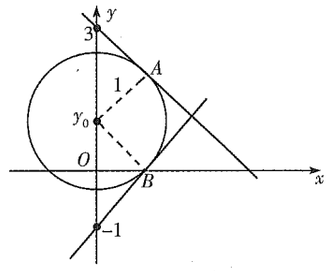
$|O'A|=|O'B|$,即

$\frac{|0+y_0-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|0-y_0-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}$,

$|y_0-3|=|-y_0-1|\Rightarrow y_0=1$,

$r=\frac{|0+1-3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{|-2|}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$,

$\therefore x^2+(y-1)^2=2$.



20 题答案图

21.【答案】$\frac{\sqrt{2}}{24}a^3$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为正三棱锥的体积.

【应试指导】$\because S_{底}=a\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$,

由题意知正三棱锥的侧棱长为$\frac{\sqrt{2}}{2}a$,

$\therefore \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)^2=h^2$,

$\therefore h=\sqrt{\frac{a^2}{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}a$,$V=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\cdot\frac{\sqrt{6}}{6}a=\frac{\sqrt{2}}{24}a^3$.

三、解答题

22.利润=收入-成本,

$L(x)=R(x)-C(x)=-\frac{4}{9}x^2+130x-206-(50x+100)=-\frac{4}{9}x^2+80x-306$.

法一:用二次函数 $y=ax^2+bx+c$,当 $a<0$ 时有最大值.

$\because a=-\frac{4}{9}<0$,

$\therefore y=-\frac{4}{9}x^2+80x-306$ 是开口向下的抛物线,有最大值,

当 $x=-\frac{b}{2a}$时,即 $x=-\frac{80}{2\times(-\frac{4}{9})}=90$ 时,

$y=\frac{4ac-b^2}{4a}$,

可知 $y=\frac{4\times(-\frac{4}{9})\times(-306)-80^2}{4\times(-\frac{4}{9})}=3294$.

法二:用导数来求解.

$\because L(x)=-\frac{4}{9}x^2+80x-306$,

求导 $L'(x)=-\frac{4}{9}\times 2x+80$,

令 $L'(x)=0$,求出驻点 $x=90$.

$\because x=90$ 是函数在定义域内唯一驻点,

$\therefore x=90$ 是函数的极大值点,也是函数的最大值点,其最大值为 $L(90)=3294$.

23.如下图,

$\because M$、N 为圆与坐标轴的交点,不妨取 M、N 在 y、x 轴的正方向,

$\therefore M(0,\sqrt{a^2+b^2})$、$N(\sqrt{a^2+b^2},0)$,

由直线的截距式可知,弦 MN 的方程为:

$\frac{x}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{y}{\sqrt{a^2+b^2}}=1$.

直线方程与椭圆方程联立得

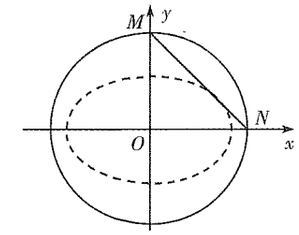
$\begin{cases}\frac{x}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{y}{\sqrt{a^2+b^2}}=1\\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$,

可得$(a^2+b^2)x^2-2a^2\cdot\sqrt{a^2+b^2}\,x+a^4=0$,

而 $\Delta=(2a^2\sqrt{a^2+b^2})^2-4(a^2+b^2)a^4=0$,

可知二次方程有两个相等实根,因而 MN 是椭圆的切线.

同理,可证其他 3 种情况弦 MN 仍是椭圆的切线.



23 题答案图

24.圆锥的曲面沿着母线剪开,展开成一个平面(如下图),

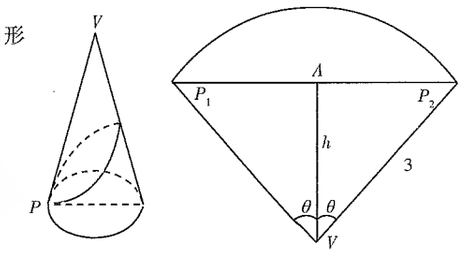
其半径 $VP=3$,弧长$=2\pi\cdot 1=2\pi$ 的扇形,

$\because$圆锥的底面半径为 1,于是围绕圆锥的最短路线对应于扇形内是 P_1 到 P_2 的最短距离,就是弦 P_1P_2,

由 V 到这条路线的最短距离是图中的线段$h=AV$,

依据弧长公式 $2\pi=2\theta\cdot 3$,

得 $\theta=\frac{\pi}{3}$,$\therefore h=3\cos\theta=3\times\cos\frac{\pi}{3}=\frac{3}{2}$.



24 题答案图

25.椭圆方程变形为$\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$(如图),

$\therefore a^2=2,b^2=1$,

$\because c^2=a^2-b^2$,$\therefore c=1$,

直线方程为:$y=x-1$,

直线方程与椭圆方程联立:

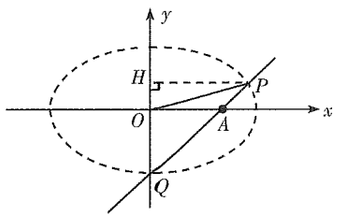
$\begin{cases}y=x-1\\ \frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1\end{cases}\Rightarrow$交点为 $P(\frac{4}{3},\frac{1}{3})$,$Q(0,-1)$,

(Ⅰ)$\triangle OPQ$ 的周长$=|OQ|+|OP|+|PQ|$

$=1+\sqrt{(\frac{4}{3})^2+(\frac{1}{3})^2}+\sqrt{(\frac{4}{3})^2+(\frac{1}{3}+1)^2}$

$=1+\sqrt{\frac{17}{9}}+\sqrt{\frac{32}{9}}=1+\frac{\sqrt{17}}{3}+\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$=\frac{1}{3}(3+\sqrt{17}+4\sqrt{2})$.



25 题答案图

(Ⅱ)作 $PH\perp y$ 轴,则 $PH=\frac{4}{3}$,

$S_{\triangle PQO}=\frac{1}{2}|OQ|\cdot|PH|$

$=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{4}{3}$

$=\frac{2}{3}$.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学(理工农医类)

全真模拟(六)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分。考试时间120分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共85分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共17小题,每小题5分,共85分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $M=\{2,3,5,a\}$,$N=\{1,3,4,b\}$,若 $M\cap N=\{1,2,3\}$,则 a,b 的值为 【　】

A. $a=2,b=1$　B. $a=1,b=1$　C. $a=1,b=2$　D. $a=1,b=5$

2. 若 α 是三角形的一个内角,则必有 【　】

A. $\sin\frac{\alpha}{2}<0$　B. $\cos\alpha>0$　C. $\cot\frac{\alpha}{2}>0$　D. $\tan\alpha<0$

3. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-1,1)$,那么 $f(2x-1)$ 的定义域是 【　】

A. $[0,1)$　B. $[-3,1)$　C. $[-1,1)$　D. $[-1,0)$

4. $f(x)$ 为偶函数,在 $(0,+\infty)$ 上为减函数,若 $f\left(\frac{1}{2}\right)>0>f(\sqrt{3})$,则方程 $f(x)=0$ 的根的个数是 【　】

A. 2　B. 2或1　C. 3　D. 2或3

5. 对满足 $a>b$ 的任意两个非零实数,下列不等式成立的是 【　】

A. $\sqrt{|a|}>\sqrt{|b|}$　B. $\lg a^2>\lg b^2$　C. $a^4>b^4$　D. $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

6. 下列函数中,最小正周期为 π 的偶函数是 【　】

A. $y=\sin x$　B. $y=\cos\frac{x}{2}$　C. $y=\sin 2x+\cos 2x$　D. $y=\frac{1-\tan^2 x}{1+\tan^2 x}$

7. 由数字1,2,3,4,5组成没有重复数字且数字1与2不相邻的五位数有 【　】

A. 36个　B. 72个　C. 120个　D. 96个

8. 与直线 $2x-4y+4=0$ 的夹角为 $45°$,且与这直线的交点恰好在 x 轴上的直线方程是 【　】

A. $x-3y+2=0$　B. $3x+y+6=0$

C. $x-3y+2=0$ 或 $3x-y+6=0$　D. $x+3y+2=0$ 或 $3x-y+6=0$

9. 如果不共线的向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 有相等的长度,则 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=$ 【　】

A. 0　B. 1　C. -1　D. 2

10. 当圆锥的侧面积和底面积的比值是 $\sqrt{2}$ 时,圆锥轴截面的顶角是 【　】

A. $45°$　B. $60°$　C. $90°$　D. $120°$

11. 设 $Z\in\mathbf{C}$($\mathbf{C}$ 为复数集),且满足条件 $|Z-2|+|Z+2|=10$,那么复数 Z 对应的点的集合表示的图形为 【　】

A. 圆　B. 椭圆　C. 抛物线　D. 双曲线

12. $x=45°$ 是 $\tan x=1$ 的 【　】

A. 充分但非必要条件　B. 必要但非充分条件

C. 充要条件　D. 既非充分又非必要条件

13. 设直线的参数方程为 $\begin{cases}x=3+2t\\y=4+t\end{cases}$($t$ 为参数),则此直线在 y 轴上的截距是 【　】

A. 5　B. -5　C. $\frac{5}{2}$　D. $-\frac{5}{2}$

14. 已知直线 $l_1:x+2=0$ 和 $l_2:y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x$,$l_1$ 与 l_2 的夹角是 【　】

A. $45°$　B. $60°$　C. $120°$　D. $150°$

15. 直线 $\sqrt{3}x+y-2\sqrt{3}=0$ 截圆 $x^2+y^2=4$ 所得的劣弧所对的圆心角为 【　】

A. $\frac{\pi}{6}$　B. $\frac{\pi}{4}$　C. $\frac{\pi}{3}$　D. $\frac{\pi}{2}$

16. 函数 $f(x)$ 的定义域为全体实数,且是以5为周期的奇函数,$f(-2)=1$,则 $f(12)$ 等于 【　】

A. 1　B. -1　C. 5　D. -5

17. 直三棱柱的每个侧面的面积为5,底面积是10,全面积是 【　】

A. 15　B. 20　C. 25　D. 35

第Ⅱ卷(非选择题,共65分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

18. 已知 $A(-1,-1)$,$B(3,7)$ 两点,则线段 AB 的垂直平分线方程为_____.

19. $(2x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式是_____.

20. 设离散型随机变量 ξ 的分布列如下表所示,那么 ξ 的期望等于_____.

ξ	100	90	80
P	0.2	0.5	0.3

21. 不等式 $\frac{2x+1}{1-2x}>0$ 的解集为_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

已知等差数列前 n 项和 $S_n=2n^2-n$.

(Ⅰ)求这个数列的通项公式;

(Ⅱ)求数列第六项到第十项的和.

23.(本小题满分 12 分)

设函数 $f(x)=e^x-x-1$.

(Ⅰ)求 $f(x)$的单调区间;

(Ⅱ)求 $f(x)$的极值.

24.(本小题满分 12 分)

已知椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$,问实数 m 在什么范围内,过点$(0,m)$存在两条互相垂直的直线都与椭圆有公共点.

25.(本小题满分 13 分)

正三棱柱 $ABC-A'B'C'$,底面边长为 a,侧棱长为 h.

(Ⅰ)求点 A 到$\triangle A'BC$ 所在平面的距离 d;

(Ⅱ)在满足 $d=1$ 的上述正三棱柱中,求侧面积的最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】$M\cap N=\{2,3,5,a\}\cap\{1,3,4,b\}=\{1,2,3\}$,

又∵M 中无“1”元素,而有“a”元素,只有 $a=1$,

而 N 中无“2”元素,而有“b”元素,只有 $b=2$.

2.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数值的符号.

【应试指导】∵$0<\alpha<\pi$,$0<\frac{\alpha}{2}<\frac{\pi}{2}$.

A 错误,∵$\sin\frac{\alpha}{2}>0$.

B 错误,①$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,即 α 为锐角 $\cos\alpha>0$,

②$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$,即 α 为钝角 $\cos\alpha<0$,

两种情况都有可能出现,∴$\cos\alpha$ 不能确定.

D 错误,∵$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$,$\sin\alpha>0$ 而 $\cos\alpha$ 不能确定,∴D 不确定.

选项 C,∵①$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$\cot\frac{\alpha}{2}>0$,

又∵②$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$,$\cot\frac{\alpha}{2}>0$

此两种情况均成立,故选 C.

3.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】由已知,得$-1\leqslant 2x-1<1$,$0\leqslant 2x<2$,故求定义域为 $0\leqslant x<1$.

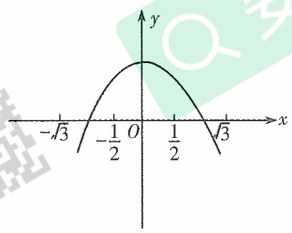
4.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为偶函数的性质.

【应试指导】由已知 $f(x)$ 为偶函数,∴$f(x)$ 关于 y 轴对称,

得 $f(\frac{1}{2})=f(-\frac{1}{2})>0$,$f(\sqrt{3})=f(-\sqrt{3})<0$,

由函数连续性知,x 由 $-\sqrt{3}$ 变化到 $-\frac{1}{2}$,函数值由负变为正,x 由 $\frac{1}{2}$ 变化到 $\sqrt{3}$,函数值由正变为负,故方程 $f(x)=0$ 的根的个数是 2(用图表示,如下图).



4 题答案图

5.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为指数函数与对数函数的性质.

【应试指导】A 错误,例如:$-2>-4$,而 $\sqrt{|-2|}<\sqrt{|-4|}$.

B 错误,例如:$-10>-100$,而 $\lg(-10)^2<\lg(-100)^2$.

C 错误,例如:$-1>-2$,而 $(-1)^4<(-2)^4$.

D 对,$a>b$,∴$-a<-b$,又∵$\begin{cases}\left(\frac{1}{2}\right)^a=2^{-a}\\ \left(\frac{1}{2}\right)^b=2^{-b}\end{cases}$,

∴$2^{-a}<2^{-b}$ 即 $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$.

6.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数的周期性与奇偶性.

【应试指导】∵A 选项,$T=2\pi$,是奇函数.

B 选项,$T=4\pi$,是偶函数.

C 选项,$T=\pi$,是非奇非偶函数.

D 选项,$y=\frac{1-\tan^2x}{1+\tan^2x}=\frac{1-\tan^2x}{\sec^2x}=(1-\tan^2x)\cdot\cos^2x=\cos^2x-\sin^2x=\cos2x\Rightarrow T=\frac{2\pi}{2}=\pi$ 且为偶函数.

7.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】用间接法计算,先求出不考虑约束条件的所有排列,然后减去不符合条件的.

由 1、2、3、4、5 可组成 P_5^5 个五位数.

1、2 相邻的有 P_4^4 个,即把 1、2 看成一个元素与剩下的 3、4、5 共四个元素的排列,有 P_4^4 种.但 1 在前或在后又有两种,共 $2P_4^4$ 种.

所求排法共有 $P_5^5-2P_4^4=120-2\times24=120-48=72$ 种.

8.【答案】D

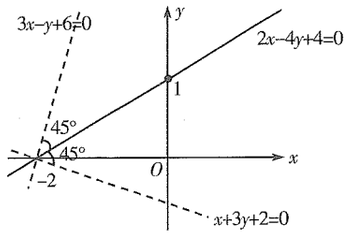
【考情点拨】本题主要考查的知识点为两直线的夹角公式.

【应试指导】A、B 只有一个直线方程,排除,从C、D中选.

∵$2x-4y+4=0\Rightarrow k_1=\frac{1}{2}$,由两条直线的夹角公式,得

$$\tan\theta=\left|\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}\right|=\left|\frac{\frac{1}{2}-k_2}{1+\frac{1}{2}k_2}\right|=1\Rightarrow k_2=3 \text{ 或 } k_2=-\frac{1}{3},$$

两直线的交点为$(-2,0)$,∴得 $3x-y+6=0$,$x+3y+2=0$.



8 题答案图

9.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的运算.

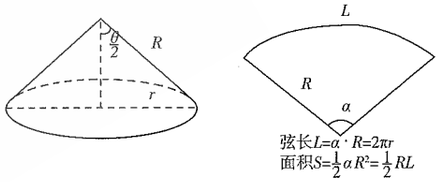
【应试指导】$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2=|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2$,

∵$|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$,∴$|\boldsymbol{a}|^2-|\boldsymbol{b}|^2=0$.

10.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆锥的轴截面的顶角.

【应试指导】求圆锥的轴截面的顶角,先画出轴截面(如下图),可知轴截面为等腰三角形,圆锥的侧面是扇形,圆锥底面的周长等于展开侧面的扇形的弧长.



10 题答案图

∵$S_{侧}=\frac{1}{2}RL$,由已知$\frac{S_{侧}}{S_{底}}=\frac{\frac{1}{2}RL}{\pi r^2}=\frac{\frac{1}{2}R\cdot2\pi r}{\pi r^2}=\frac{R}{r}=\sqrt{2}\Rightarrow R=\sqrt{2}r$,

$\sin\frac{\theta}{2}=\frac{r}{R}=\frac{r}{\sqrt{2}r}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\frac{\theta}{2}=45°$,∴$\theta=90°$.

11.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为椭圆的定义.

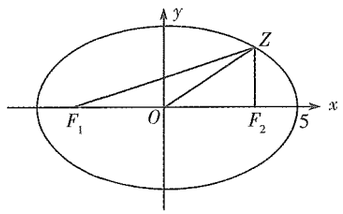
【应试指导】如图,设$\overrightarrow{OZ}$是满足条件的向量,

$\overrightarrow{OF_1}=-2$,$\overrightarrow{OF_2}=2$,

$|Z-2|=|\overrightarrow{OZ}-\overrightarrow{OF_2}|=|\overrightarrow{F_2Z}|$,

$|Z+2|=|Z-(-2)|=|\overrightarrow{OZ}-\overrightarrow{OF_1}|=|\overrightarrow{F_1Z}|$,

∴$|Z+2|+|Z-2|=10$ 就是以$\overrightarrow{F_1Z}$与$\overrightarrow{F_2Z}$的模的和恒等于 10,所以 Z 点的集合恰是以 F_1,F_2 为焦点,长轴等于 10 的椭圆.



11 题答案图

12.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】∵$x=45°\Rightarrow\tan x=1$,∴$x=45°$是 $\tan x=1$ 的充分条件,

又∵$\tan x=1\Rightarrow x=45°+k\cdot180°$,不一定能推出 $x=45°$,

∴$x=45°$是 $\tan x=1$ 的充分但非必要条件.

13.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直线的参数方程.

【应试指导】直线的参数方程为$\begin{cases}x=x_1+(x_2-x_1)t\\ y=y_1+(y_2-y_1)t\end{cases}$,

∵$\begin{cases}x=3+2t\\ y=4+t\end{cases}$,∴$\begin{cases}x_1=3,x_2=5\\ y_1=4,y_2=5\end{cases}$,

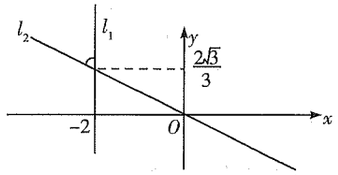
直线两点式方程：$\frac{x-3}{5-3}=\frac{y-4}{5-4}\Rightarrow y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$，∴直线在 y 轴上的截距为 $\frac{5}{2}$.

14.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为两直线的夹角.

【应试指导】直线 l_1 与 l_2 相交所成的锐角或直角叫做 l_1 与 l_2 的夹角，即 $0°\leqslant\theta\leqslant 90°$，而选项 C、D 都大于 90°，∴C、D 排除，

∵l_1 的斜率不存在，所以不能用 $\tan\theta=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_2k_1}\right|$ 求夹角，可画图观察出 $\theta=60°$.



14 题答案图

15.【答案】C

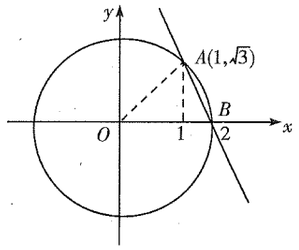
【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆心角.

【应试指导】如图，要求圆心角，先找出直线与圆的交点，两个交点之间的劣弧所对的圆心角即为所求.

$\begin{cases}y=-\sqrt{3}x+2\sqrt{3}\\x^2+y^2=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_1=1\\x_2=2\end{cases}$，

$A(1,\sqrt{3})$，$B(2,0)$，连接 OA、OB，则 $\angle AOB$ 为所求的圆心角，

∵$\tan\angle AOB=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}\Rightarrow\angle AOB=60°=\frac{\pi}{3}$.



15 题答案图

16.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为奇函数与周期函数的性质.

【应试指导】∵$f(x)$是奇函数，∴$f(-2)=-f(2)$，

∴$f(2)=-1$，

∵5 为 $f(x)$的周期，∴$f(x+5)=f(x)$，∴$f(12)=f(5\times2+2)=f(2)=-1$.

17.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为直三棱柱的全面积.

【应试指导】求全面积＝侧面积＋2 底面积＝$5\times3+10\times2=35$，应选 D. 误选 C，错误的原因是只加了一个底面的面积.

二、填空题

18.【答案】$x+2y-7=0$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为线段的垂直平分线.

【应试指导】设线段的垂直平分线上任一点为 $P(x,y)$，

则$|PA|=|PB|$，即

$\sqrt{[x-(-1)]^2+[y-(-1)]^2}=\sqrt{(x-3)^2+(y-7)^2}$，

整理得，$x+2y-7=0$.

19.【答案】$64x^6-192x^4+\cdots+\frac{1}{x^6}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为二项展开式.

【应试指导】$(2x-\frac{1}{x})^6=C_6^0(2x)^6\cdot(-\frac{1}{x})^0+C_6^1(2x)^{6-1}(-\frac{1}{x})^1+\cdots+C_6^6(2x)^0(-\frac{1}{x})^6=2^6x^6+6\times2^5\cdot x^5\cdot(-1)^1x^{-1}+\cdots+\frac{1}{x^6}=64x^6-192x^4+\cdots+\frac{1}{x^6}$.

20.【答案】89

【考情点拨】本题主要考查的知识点为随机变量的期望.

【应试指导】$E(\xi)=100\times0.2+90\times0.5+80\times0.3=89$.

21.【答案】$\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\}$

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】$\frac{2x+1}{1-2x}>0\Rightarrow\begin{cases}2x+1>0\\1-2x>0\end{cases}$ ①或 $\begin{cases}2x+1<0\\1-2x<0\end{cases}$ ②

①的解集为 $-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}$，②的解集为∅，

$\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\}\cup\varnothing=\{x|-\frac{1}{2}<x<\frac{1}{2}\}$.

三、解答题

22.（Ⅰ）当 $n\geqslant2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=(2n^2-n)-[2(n-1)^2-(n-1)]$

$=2n^2-n-2n^2+4n-2+n-1=4n-3(n\geqslant2)$，

当 $n=1$ 时，$a_1=S_1=4\times1-3=1$，

∴$a_n=4n-3$.

（Ⅱ）$S_{10}-S_5=(2\times10^2-10)-(2\times5^2-5)$

$=145$.

23.（Ⅰ）函数的定义域为$(-\infty,+\infty)$，

$f'(x)=(e^x-x-1)'=e^x-1$，

令 $f'(x)=0$，$e^x-1=0$，得 $x=0$，

当 $x\in(-\infty,0)$时，$f'(x)<0$，

$x\in(0,+\infty)$时，$f'(x)>0$，

∴$f(x)$在$(-\infty,0)$内单调减少，在$(0,+\infty)$单调增加.

（Ⅱ）$f(0)=e^0-0-1=1-1=0$，

又∵$f(x)$在 $x=0$ 左侧单调减少，在 $x=0$ 右侧单调增加，

∴$x=0$ 为极小值点，且 $f(x)$的极小值为 0.

24. 由椭圆方程可知，当$|m|\leqslant3$ 时，存在过点$(0,m)$的两条互相垂直的直线，都与椭圆有公共点.

当$|m|>3$ 时，设 l_1、l_2 是过$(0,m)$的两条互相垂直的直线，

如果它们都与椭圆有公共点，则它们都不可能与坐标轴平行，

设方程 $l_1:y=kx+m$，$l_2:y=-\frac{1}{k}x+m$，

l_1 与椭圆有公共点的充要条件是

$\frac{x^2}{16}+\frac{(kx+m)^2}{9}=1$

即$(9+16k^2)x^2+32kmx+16m^2-144=0$ 有实根，

即$(16km)^2-(9+16k^2)(16m^2-144)\geqslant0$.

得 $k^2\geqslant\frac{m^2-9}{16}$.

同理，l_2 与椭圆有公共点的充要条件是$\frac{1}{k^2}\geqslant\frac{m^2-9}{16}$，$(\frac{m^2-9}{16})^2\leqslant1$，即$|m|\leqslant5$.

25.（Ⅰ）在三棱锥 $A'-ABC$ 中，$\triangle ABC$ 为正三角形，

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}a^2\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$，

又∵$AA'=h$，∴$V_{A'-ABC}=\frac{\sqrt{3}}{12}a^2h$，

在 Rt$\triangle ABA'$中，$(A'B)^2=h^2+a^2$，

在等腰$\triangle A'BC$ 中，设底边的高为 h'，则

$h'=\sqrt{(A'B)^2-(\frac{a}{2})^2}=\sqrt{h^2+a^2-\frac{a^2}{4}}$

$=\frac{1}{2}\sqrt{4h^2+3a^2}$，

$S_{\triangle A'BC}=\frac{a}{4}\sqrt{4h^2+3a^2}$，

$V_{A-BCA'}=\frac{1}{3}\cdot\frac{a}{4}\sqrt{4h^2+3a^2}\cdot d$，

由于 $V_{A-BCA'}=V_{A'-ABC}$，

∴$d=\frac{\sqrt{3}ah}{\sqrt{4h^2+3a^2}}$.

（Ⅱ）当 $d=1$ 时，

由（Ⅰ）得 $\sqrt{3}ah=\sqrt{4h^2+3a^2}$，

$3a^2h^2=4h^2+3a^2\geqslant2\sqrt{4h^2\cdot3a^2}$（均值定理），

$3a^2h^2\geqslant4\sqrt{3}ah$，

∵$ah>0$，∴$3ah\geqslant4\sqrt{3}$，

当且仅当 $3a^2=4h^2$ 时，等号成立，

又∵$3ah$ 是此三棱柱的侧面积，故其最小值为 $4\sqrt{3}$.