密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学（文史财经类）

全真模拟(一)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $P=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$,$N=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$,则 $P\cup N$ 是 【　】
A. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 3\}$　B. $\{x\mid 2<x<3\}$
C. $\{x\mid -1<x<4\}$　D. $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}$

2. 已知 $f(x)$ 是偶函数且满足 $f(x+3)=f(x)$,$f(1)=-1$,则 $f(5)+f(11)$ 等于 【　】
A. -2　B. 2　C. -1　D. 1

3. 函数 $f(x)=x^2+2(m-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4)$ 上是减函数,则实数 m 的取值范围是 【　】
A. $m\geqslant -3$　B. $m=-3$　C. $m\leqslant -3$　D. $m\geqslant 3$

4. 如果二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的图像的对称轴是 $x=1$,并且通过点 $A(-1,7)$,则 a,b 的值分别是 【　】
A. 2,4　B. 2,-4　C. -2,4　D. -2,-4

5. 若直线 l 沿 x 轴负方向平移 3 个单位,再沿 y 轴正方向平移 1 个单位后,又回到原来的位置,那么直线 l 的斜率是 【　】
A. $-\frac{1}{3}$　B. -3　C. $\frac{1}{3}$　D. 3

6. 0.7^2,$\log_2 0.7$,$2^{0.7}$ 三个数之间的大小关系是 【　】
A. $0.7^2<2^{0.7}<\log_2 0.7$　B. $0.7^2<\log_2 0.7<2^{0.7}$
C. $\log_2 0.7<0.7^2<2^{0.7}$　D. $\log_2 0.7<2^{0.7}<0.7^2$

7. 点 $P(2,5)$ 到直线 $x+y-9=0$ 的距离是 【　】
A. $\frac{2\sqrt{29}}{29}$　B. 2　C. $\sqrt{2}$　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

8. 抛物线 $x^2=-16y$ 上一点 P 到焦点的距离是 6,则点 P 的坐标是 【　】
A. $(4\sqrt{2},-2)$　B. $(4\sqrt{2},2)$　C. $(4,-1)$　D. $(-4,-1)$

9. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-1,1]$,那么 $f(2x-1)$ 的定义域是 【　】
A. $[0,1]$　B. $[-3,1)$　C. $[-1,1)$　D. $[-1,0)$

10. 函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x+1)$ 的单调增区间是 【　】
A. $(-\infty,\frac{1}{2}]$　B. $[0,\frac{1}{2}]$　C. $[\frac{1}{2},+\infty)$　D. $(0,\frac{1}{2})$

11. 从红黄绿三种颜料中,任选两种,以重量为 1∶1 配成一种新颜色,能配成不同的种数为 【　】
A. 6　B. 12　C. 3　D. 8

12. 已知 $A(-1,0)$,$B(2,2)$,$C(0,y)$,若 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$,则 $y=$ 【　】
A. 3　B. 5　C. -3　D. -5

13. 函数 $f(x)=x\left(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}\right)$ $(x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq 0)$ 【　】
A. 是偶函数　B. 既是奇函数又是偶函数
C. 既不是奇函数,也不是偶函数　D. 是奇函数

14. 不等式 $2x^2+3mx+2m>0$ 的解集是实数集,则 m 的取值范围是 【　】
A. $m<\frac{16}{9}$　B. $m>0$　C. $0<m<\frac{16}{9}$　D. $0\leqslant m\leqslant\frac{16}{9}$

15. 甲袋内有 2 个白球 3 个黑球,乙袋内有 3 个白球 1 个黑球,现从两个袋内各摸出 1 个球,摸出的两个球都是白球的概率是 【　】
A. $\frac{2}{5}$　B. $\frac{3}{4}$　C. $\frac{3}{10}$　D. $\frac{4}{9}$

16. 已知函数 $f(x)=ax^2+b$ 的图像经过点 $(1,2)$ 且其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图像经过点 $(3,0)$,则函数 $f(x)$ 的解析式是 【　】
A. $f(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$　B. $f(x)=-x^2+3$
C. $f(x)=3x^2+2$　D. $f(x)=x^2+3$

17. 已知数列前 n 项和 $S_n=\frac{1}{2}(3n^2-n)$,则第 5 项的值是 【　】
A. 7　B. 10　C. 13　D. 16

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 函数 $y=\sqrt{8-2^{x+1}}+\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 的定义域是_____.

19. 函数 $f(x)=x^3-6x^2+9x$ 在区间 $[-3,3]$ 上的最大值为_____.

20. 某小组有 11 名学生,其中女生 4 名,现选举 2 人当代表,要求至少有一名女生当选,则不同的选法有_____种.

21. 已知 α、β 为锐角,$\cos(\alpha+\beta)=\frac{12}{13}$,$\cos(2\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$,则 $\cos\alpha=$_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

求函数 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x-\frac{1}{2}\cos^2 x$ 的最大值与最小值,以及使函数取得这些值的 x 的集合.

23.（本小题满分 12 分）

已知二次函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 的图像过点 $P(1,0)$，并且对于任意实数 x，有 $f(1+x)=f(1-x)$，求函数 $f(x)$ 的最值.

24.（本小题满分 12 分）

设椭圆的中心是坐标原点，长轴在 x 轴上，离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$，已知点 $P(0,\frac{3}{2})$ 到椭圆上的点的最远距离是$\sqrt{7}$，求椭圆的方程.

25.（本小题满分 13 分）

已知数列$\{a_n\}$ 中，S_n 是它的前 n 项和，并且 $S_{n+1}=4a_n+2$，$a_1=1$.

（Ⅰ）设 $b_n=a_{n+1}-2a_n$，求证：数列$\{b_n\}$ 是等比数列；

（Ⅱ）设 $c_n=\frac{a_n}{2^n}$，求证：数列$\{c_n\}$ 是等差数列；

（Ⅲ）求数列$\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和.

参考答案及解析

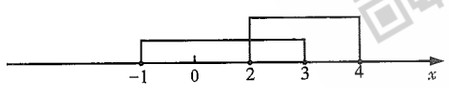
一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 此题可以采用图示法来得出答案.

由已知条件 $P=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$，$N=\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 4\}$，



（1 题答案图）

$\therefore P\cup N=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 4\}$.

2.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为偶函数与周期函数的性质.

【应试指导】 $\because f(x)$ 是偶函数，$\therefore f(-x)=f(x)$，

又 $\because f(x+3)=f(x)$，$\therefore$ 函数 $f(x)$ 的周期 $T=3$，$\because f(1)=-1$，

$\therefore f(-1)=f(1)=-1$，

$$\begin{aligned}\therefore f(5)+f(11)&=f(2+3)+f(2+3\times 3)\\&=f(2)+f(2)=2f(2)\\&=2f(-1+3)=2f(-1)\\&=2\times(-1)=-2.\end{aligned}$$

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为减函数的性质.

【应试指导】 由已知条件 $f(x)=x^2+2(m-1)x+2$

$\Rightarrow f(x)=(x+m-1)^2-(m-1)^2+2$，

故 $f(x)$ 的对称轴为 $x=1-m$，

又 $\because f(x)$ 在$(-\infty,4)$ 上是减函数，$\therefore 1-m\geqslant 4$，即 $m\leqslant -3$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为二次函数的对称性.

【应试指导】 由于二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的图像的对称轴是 $x=1$，且过点 $A(-1,7)$，

$$\therefore\begin{cases}-\frac{b}{2a}=1\\a-b+1=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-2a\\a-b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=-4\end{cases}.$$

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的平移.

【应试指导】 由已知条件知直线经过两次平移后又回到原来的位置，因为直线是满足条件的点集，所以取直线上某一点来考查，若设点 $P(x,y)$ 为 l 上的任一点，则经过平移后的对应点也应在这条直线上，这样，可由直线上的两点确定该直线的斜率.

方法一：设点 $P(x,y)$ 为直线 l 上的任一点，当直线按已知条件平移后，点 P 随之平移，平移后的对应点为 $P'(x-3,y+1)$，点 P' 仍在直线上，所以直线的斜率 $k=\frac{y+1-y}{x-3-x}=-\frac{1}{3}$.

方法二：设直线 l 的方程为 $y=kx+b$，直线向左平移 3 个单位，方程变为 $y=k(x+3)+b$，再向上平移一个单位，方程变为 $y=k(x+3)+b+1$，即 $y=kx+3k+b+1$，此方程应与原方程相同，对应项系数相等，比较常数项可得，$3k+b+1=b$，

$\therefore k=-\frac{1}{3}$.

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为指数函数与对数函数的性质.

【应试指导】 由指数函数、幂函数、对数函数的性质得

$0.7^2<0.7^0=1$，$2^{0.7}>2^0=1$，

$\log_2 0.7<\log_2 1=0$，$\therefore \log_2 0.7<0.7^2<2^{0.7}$.

［注］本题是指数函数、对数函数的性质的综合运用，在这类比较大小的题中，一般采取使它们分别与 0 或 1 进行比较的方法来确定它们之间的大小.

7.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为点到直线的距离公式.

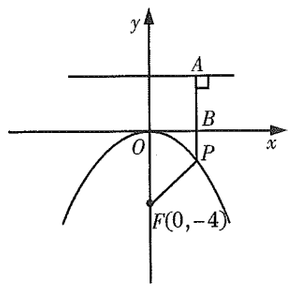
【应试指导】 由点到直线的距离公式得，$P(2,5)$ 到直线 $x+y-9=0$ 的距离为 $\frac{|2+5-9|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

［注］本题主要考查点 $A(x_1,y_1)$ 到直线 $l:Ax+By+C=0$ 的距离公式 $d=\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ 的运用及综合运算能力. 切记距离不能为负.

8.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的定义.

【应试指导】 本题应从抛物线的定义去考虑.



（8 题答案图）

密封线内不要答题

由 $x^2=-16y$ 可得 $p=8,\frac{p}{2}=4$,

$\therefore F(0,-4)$,

$\therefore$ 准线方程 $y=4$,

由题意得 $|PF|=6$,

$\therefore |PA|=6$,

$\because |AB|=4$,

$\therefore |PB|=2$,

$\therefore P$ 点的坐标为 $(x,-2)$,

$\because P(x,-2)$ 点在抛物线上,

$\therefore x^2=-16\times(-2)=32$,

$\therefore x=\pm 4\sqrt{2}$,

$\therefore P(4\sqrt{2},-2)$ 或 $P(-4\sqrt{2},-2)$.

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 $\because f(x)$ 的定义域为 $[-1,1]$,

$\therefore f(2x-1)$ 的定义域为 $-1\leqslant 2x-1\leqslant 1$,

$\therefore 0\leqslant x\leqslant 1$,即 $[0,1]$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调区间.

【应试指导】 $\because f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x+1)$ 中的 $0<a=\frac{1}{2}<1$,$x^2-x+1>0$ 时,$u(x)=x^2-x+1$ 的减区间就为 $f(x)$ 的增区间. 设 $u(x)=x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$,当 $x\in\mathbf{R}$ 时,$u(x)>0$,函数 $u(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ 上是减函数,

$\therefore f(x)$ 在 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$ 上是增函数,

故 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x+1)$ 的单调增区间为 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$.

[注] 关于复合函数的问题要逐步分清每一层次的函数的图像和性质,再结合起来考虑整体,有时也可画出部分函数的图像来帮助分析和理解.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为组合数.

【应试指导】 由已知条件可知颜色的配制与顺序无关属于组合问题,所以新颜色的种数为,$C_3^2=\frac{3\times 2}{2\times 1}=3$.

12.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为垂直向量的性质.

【应试指导】 此题是已知向量的两端点的向量垂直问题,要根据两向量垂直的条件列出等式,来求出未知数 y 的值.

由 $A(-1,0)$,$B(2,2)$,$C(0,y)$,得 $\overrightarrow{AB}=(3,2)$,$\overrightarrow{BC}=(-2,y-2)$,

$\because \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{BC}$,

$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow 3\times(-2)+2(y-2)=0\Rightarrow -6+2y-4=0\Rightarrow y=5$.

13.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 $\because f(x)=x\left(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}\right)$

$$=x\cdot\frac{2^x+1}{2(2^x-1)},$$

$$\therefore f(-x)=(-x)\cdot\frac{2^{-x}+1}{2(2^{-x}-1)}$$

$$=(-x)\cdot\frac{\frac{1}{2^x}+1}{2\left(\frac{1}{2^x}-1\right)}$$

$$=(-x)\cdot\frac{\frac{2^x+1}{2^x}}{2\cdot\frac{1-2^x}{2^x}}$$

$$=(-x)\cdot\frac{2^x+1}{2(1-2^x)}$$

$$=x\cdot\frac{2^x+1}{2(2^x-1)}=f(x),$$

$\therefore f(x)=x\left(\frac{1}{2^x-1}+\frac{1}{2}\right)$ 是偶函数.

14.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 由 $2x^2+3mx+2m>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$,又因为抛物线的开口向上,所以方程 $2x^2+3mx+2m=0$ 无实根,

$\therefore \Delta=9m^2-4\times 2\times 2m<0$,$\therefore 9m^2-16m<0$,$m(9m-16)<0\Rightarrow 0<m<\frac{16}{9}$.

15.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为相互独立事件同时发生的概率.

【应试指导】 由已知条件可知此题属于相互独立同时发生的事件,从甲袋内摸到白球的概率为 $P(A)=\frac{2}{5}$,乙袋内摸到白球的概率为 $\frac{3}{4}$,所以现从两袋中各摸出一个球,摸出的两个都是白球的概率为 $P(A)\cdot P(B)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{10}$.

16.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反函数的性质.

【应试指导】 $\because f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$ 过 $(3,0)$,所以 $f(x)$ 又过点 $(0,3)$ 所以有 $f(1)=2$,$f(0)=3$,

得 $\begin{cases}a+b=2\\a\times 0+b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=3\end{cases}$,

$\therefore f(x)=-x^2+3$.

17.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的前 n 项和.

【应试指导】 $a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{2}(3n^2-n)-\frac{1}{2}[3(n-1)^2-(n-1)]=3n-2$,当 $n=5$ 时,$a_5=3\times 5-2=13$.

二、填空题

18.【答案】 $(1,2]$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 要使函数 $y=\sqrt{8-2^{x+1}}+\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x-1)}$ 有意义,

须使$\begin{cases}8-2^{x+1}\geqslant 0\\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant 0\\ x-1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^{x+1}\leqslant 2^3\\ \log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geqslant \log_{\frac{1}{2}}1\\ x>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+1\leqslant 3\\ x-1\leqslant 1\\ x>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\leqslant 2\\ x\leqslant 2\\ x>1\end{cases}\Rightarrow 1<x\leqslant 2.$

19.【答案】 4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最值.

【应试指导】 此题是高次函数的最值问题,可用导数来求函数在区间$[-3,3]$上的最值.

$\because f(x)=x^3-6x^2+9x$,

$\therefore f'(x)=3x^2-12x+9$,令 $f'(x)=0\Rightarrow x_1=1,x_2=3$.

列出表格

x	-3	$(-3,1)$	1	$(1,3)$	3
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	-108	↗	4	↘	0

由上表可知函数在$[-3,3]$上,在 $x=1$ 点处有最大值 4.

20.【答案】 34

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为分类计数原理.

【应试指导】 由已知条件可知此题与顺序无关属于组合问题,$\because$ 在 11 名学生中,女生有 4 名,现选举 2 人当代表,有一名是女生的选法有 $C_4^1\cdot C_7^1$,有两名是女生的选法有 $C_4^2\cdot C_7^0$,由分类计数原理得至少有一名女生当选的不同选法有:$C_4^1\cdot C_7^1+C_4^2\cdot C_7^0=4\times 7+\frac{4\times 3}{2\times 1}\times 1=34$.

21.【答案】 $\frac{56}{65}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为两角和公式.

【应试指导】 $\because\alpha$、β 为锐角,$\therefore 0^\circ<\alpha+\beta<180^\circ,0^\circ<2\alpha+\beta<270^\circ$,又 $\because\cos(\alpha+\beta)=\frac{12}{13},\cos(2\alpha+\beta)=\frac{3}{5}$,

$\therefore 0^\circ<\alpha+\beta<90^\circ,0^\circ<2\alpha+\beta<90^\circ,\therefore\sin(\alpha+\beta)=\frac{5}{13},\sin(2\alpha+\beta)=\frac{4}{5}$,

$$\begin{aligned}\therefore\cos\alpha&=\cos[(2\alpha+\beta)-(\alpha+\beta)]\\&=\cos(2\alpha+\beta)\cos(\alpha+\beta)+\sin(2\alpha+\beta)\sin(\alpha+\beta)\\&=\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}\\&=\frac{56}{65}.\end{aligned}$$

三、解答题

22. $$\begin{aligned}y&=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x-\frac{1}{2}\cos^2x\\&=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}\times 2\sin x\cos x-\frac{1}{2}\times\frac{1+\cos 2x}{2}\\&=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x-\frac{1}{4}\cos 2x-\frac{1}{4}\\&=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x)-\frac{1}{4}\\&=\frac{1}{2}(\sin 2x\cos\frac{\pi}{6}-\cos 2x\sin\frac{\pi}{6})-\frac{1}{4}\\&=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})-\frac{1}{4},\end{aligned}$$

要使函数有最大值须有 $\sin(2x-\frac{\pi}{6})=1$

$\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$ 这时 $y_{最大值}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$,

要使函数取最小值须有 $\sin(2x-\frac{\pi}{6})=-1\Rightarrow 2x-\frac{\pi}{6}=2k\pi-\frac{\pi}{2}\Rightarrow x=k\pi-\frac{\pi}{6},k\in\mathbf{Z}$,这时 $y_{最小值}=-\frac{3}{4}$.

23. $\because f(x)=x^2+bx+c$,对于任意实数 x 都有$f(1+x)=f(1-x)$,令 $x=1$ 则有

$f(2)=f(0)$,$\because f(2)=4+2b+c$,

$f(0)=c$,$\therefore 4+2b+c=c$,$\therefore b=-2$,

又 $\because f(x)$ 的图像过 $P(1,0)$,$\therefore 1+b+c=0$,

$\therefore c=1$,$\therefore f(x)=x^2-2x+1$,

$\therefore f(x)=(x-1)^2$,$\therefore$ 当 $x=1$ 时 $f(x)$ 有最小值 0,$f(x)$ 没有最大值.

24. 由题意,设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$,

由 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2},e^2=\frac{c^2}{a^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2}=1-\frac{b^2}{a^2}$,$\therefore\frac{b}{a}=\sqrt{1-e^2}=\frac{1}{2}$,

设 $P(0,\frac{3}{2})$ 点到椭圆上任一点的距离为 d,

$$\begin{aligned}\text{则 } d^2&=x^2+(y-\frac{3}{2})^2\\&=a^2(1-\frac{y^2}{b^2})+y^2-3y+\frac{9}{4}\\&=-3(y+\frac{1}{2})^2+4b^2+3,\end{aligned}$$

$\therefore -b\leqslant y\leqslant b$,$\therefore$ 若 $b<\frac{1}{2}$,则在 $y=-b$ 时,d^2 最大,即 d 也最大,

$(\sqrt{7})^2=b^2+3b+\frac{9}{4}\Rightarrow b=\sqrt{7}-\frac{3}{2}>\frac{1}{2}$,这与 $b<\frac{1}{2}$ 矛盾.

$\therefore b\geqslant\frac{1}{2}$,这时 $y=-\frac{1}{2}$ 时,d^2 有最大值,

即 $(\sqrt{7})^2=4b^2+3$,$\therefore b=1,a=2$,

$\therefore$ 椭圆的方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

25.(Ⅰ)$\because S_{n+1}=4a_n+2$,$\therefore S_{n+2}=4a_{n+1}+2$,两式相减得 $S_{n+2}-S_{n+1}=4a_{n+1}-4a_n$,

所以 $a_{n+2}=4a_{n+1}-4a_n$,$a_{n+2}-2a_{n+1}=2(a_{n+1}-2a_n)$,

$\because b_n=a_{n+1}-2a_n$,$\therefore b_{n+1}=2b_n$,$\therefore\frac{b_{n+1}}{b_n}=2$,

故数列$\{b_n\}$是以 2 为公比的等比数列.

$\because S_2=a_1+a_2=4a_1+2$,且 $a_1=1$,$\therefore a_2=5,b_1=a_2-2a_1=5-2=3$,故 $b_n=3\cdot 2^{n-1}$.

(Ⅱ)$\because c_n=\frac{a_n}{2^n}$,$\therefore c_{n+1}-c_n=\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{a_n}{2^n}=\frac{b_n}{2^{n+1}}=\frac{3\cdot 2^{n-1}}{2^{n+1}}=\frac{3}{4}$,

故数列$\{c_n\}$是以$\frac{3}{4}$为公差的等差数列,首项 $c_1=\frac{a_1}{2}=\frac{1}{2}$,

$\therefore c_n=\frac{1}{2}+\frac{3}{4}(n-1)=\frac{3}{4}n-\frac{1}{4}$.

(Ⅲ)$a_n=2^n\cdot c_n=2^n\cdot(\frac{3}{4}n-\frac{1}{4})=(3n-1)\cdot 2^{n-2}$,

当 $n\geqslant 2$ 时,$S_n=4a_{n-1}+2=(3n-4)\cdot 2^{n-1}+2$,

由于 $S_1=a_1=1$ 也适合公式,故$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=(3n-4)\cdot 2^{n-1}+2$.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学（文史财经类）

全真模拟(二)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设 $M=\{x \mid x \leqslant \sqrt{10}\}$,$a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$,那么　【　】

A. $a \subset M$　　B. $a \notin M$　　C. $\{a\} \in M$　　D. $\{a\} \subsetneqq M$

2. $b=0$ 是直线 $y=kx+b$ 过原点的　【　】

A. 充分但不必要条件　　B. 必要但不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

3. 函数 $y=3^x$ 与 $y=(\frac{1}{3})^x$ 的图像之间的关系是　【　】

A. 关于原点对称　　B. 关于 x 轴对称

C. 关于直线 $y=1$ 对称　　D. 关于 y 轴对称

4. 点 $P(-5,12)$ 到 y 轴的距离为　【　】

A. 12　　B. 7　　C. -5　　D. 5

5. 直线 $2x+5y-6=0$ 关于 y 轴对称的直线方程是　【　】

A. $2x-5y+6=0$　　B. $2x-5y-6=0$

C. $5x+2y-6=0$　　D. $2x+5y+6=0$

6. 设 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$,$x+1$,$\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ 成等比数列,则 x 等于　【　】

A. 1 或 -2　　B. 1 或 -1　　C. 0 或 -2　　D. -2

7. 函数 $f(x)=3+2x-\frac{1}{2}x^2$ 的最大值是　【　】

A. 4　　B. 5　　C. 2　　D. 3

8. 已知函数 $f(x)=x^5+ax^3+bx-8$ 且 $f(-2)=10$,则 $f(2)$ 等于　【　】

A. -26　　B. -18　　C. -10　　D. 10

9. 若函数 $y=f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是单调函数,则使得 $y=f(\sin x)$ 必为单调函数的区间是　【　】

A. $\mathbf{R}$　　B. $[-1,1]$　　C. $[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$　　D. $[-\sin 1,\sin 1]$

10. 已知函数 $f(x)=x^2+2x+2(x<-1)$,则 $f^{-1}(2)$ 的值为　【　】

A. -2　　B. 10　　C. 0　　D. 2

11. 从 15 名学生中选出两人担任正、副班长,不同的选举结果共有　【　】

A. 30 种　　B. 90 种　　C. 210 种　　D. 225 种

12. 若双曲线的两准线间的距离等于它的半焦距,则双曲线的离心率为　【　】

A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. 1　　D. 以上都不对

13. $y=\cos^2 4x$ 的最小正周期是　【　】

A. $\frac{\pi}{2}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. 2π　　D. π

14. 不等式 $|2x-7| \leqslant 3$ 的解集是　【　】

A. $\{x \mid x \geqslant 2\}$　　B. $\{x \mid x \leqslant 5\}$

C. $\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 5\}$　　D. $\{x \mid x \leqslant 2$ 或 $x \geqslant 5\}$

15. 甲乙两人各进行射击,甲击中目标的概率是 0.3,乙击中目标的概率是 0.6,那么两人都击中目标的概率是　【　】

A. 0.18　　B. 0.6　　C. 0.9　　D. 1

16. 已知 b_1、b_2、b_3、b_4 成等差数列,且 b_1,b_4 为方程 $2x^2-3x+1=0$ 的两个根,则 b_2+b_3 的值为　【　】

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$

17. 已知 $\sin\theta \cdot \tan\theta > 0$,则 θ 角的终边在　【　】

A. 第一、二象限　　B. 第二、三象限　　C. 第三、四象限　　D. 第一、四象限

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 函数 $y=[\lg(2^x-1)]^{\frac{1}{2}}$ 的定义域是_____.

19. 过(1,2)点且平行于向量 $\boldsymbol{a}=(2,2)$ 的直线方程为_____.

20. 在 $\triangle ABC$ 中,a,b,c 分别为 $\angle A,\angle B,\angle C$ 的对边边长,已知 $(a+b+c)(b+c-a)=3bc$,则 $\angle A=$_____.

21. 不等式 $|6x-\frac{1}{2}| \geqslant \frac{3}{2}$ 的解集是_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

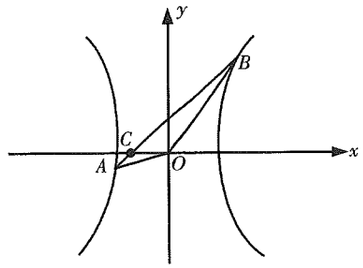
已知直线在 x 轴上的截距为 -1,在 y 轴上的截距为 1,又抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的顶点坐标为 $(2,-8)$,求直线和抛物线两个交点横坐标的平方和.

23.(本小题满分 12 分)

用边长为 120cm 的正方形铁皮做一个无盖水箱,先在四角分别截去一个边长相等的小正方形,然后把四边垂直折起焊接而成,问剪去的小正方形的边长为多少时,水箱容积最大?最大容积是多少?

24.(本小题满分 12 分)

如图:双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x+b$ 交于 A、B 两点,且 $\triangle AOB$ 的面积为 $4\sqrt{7}$,求截距 b 的值.



(24 题图)

25.(本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中 $a_n>0(n\in\mathbf{N})$,前 n 项和为 S_n,且 $S_n=\frac{1}{8}(a_n+2)^2$.

(Ⅰ)求证数列 $\{a_n\}$ 是等差数列;

(Ⅱ)若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=t^{\frac{a_n+2}{4}}$,$t\in(0,1)$,T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和,求 T_n 的表达式.

密 封 线 内 不 要 答 题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为元素与集合的关系.

【应试指导】 $\because M=\{x\mid x\leqslant\sqrt{10}\}, a=\sqrt{2}+\sqrt{3}$,

M 是集合,a 为元素,$\{a\}$ 为集合,元素与集合的关系是"$\in$"或"$\notin$";集合与集合的关系是"$\subset$"或"$\subsetneqq$",

$\therefore$ A、C 被排除,$\because(\sqrt{10})^2=10$,

$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=5+2\sqrt{6}$,$\because\sqrt{2}+\sqrt{3}<\sqrt{10}$,

$\therefore a\in M$,

$\therefore$ B 被排除,故应选 D.

2.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $b=0\Leftrightarrow$ 直线 $y=kx+b$ 过原点.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的对称性.

【应试指导】 $\because y=\left(\frac{1}{3}\right)^x\Rightarrow y=3^{-x}$,

$\therefore y=3^x$ 与 $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x=3^{-x}$ 关于 y 轴对称.

[注] 点 $P(x,y)$ 关于 y 轴对称的点为 $P'(-x,y)$,关于 x 轴对称的点为 $P''(x,-y)$,关于原点对称的点为 $P'''(-x,-y)$.

4.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为点到直线的距离.

【应试指导】 由点 P 的坐标 $(-5,12)$ 知,点 P 到 y 轴的距离为 $|x|=5$.

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的对称性.

【应试指导】 图形的对称性,就是图形上任一点的坐标的对称性.

设直线 $2x+5y-6=0$ 上任一点 $P(x,y)$ 关于 y 轴的对称点 $P'(-x,y)$,把点 $P'(-x,y)$ 的坐标代入方程 $2x+5y-6=0$ 整理得所求直线方程是 $2x-5y+6=0$.

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列.

【应试指导】 由已知条件得 $(x+1)^2=\frac{1}{\sqrt{2}-1}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}+1}=1\Rightarrow x+1=\pm1\Rightarrow x=0$ 或 $x=-2$.

7.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最值.

【应试指导】 方法一:$f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+3$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4-4)+3$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5$,

当 $x=2$ 时,$f(x)$ 有最大值 5.

方法二:$f'(x)=-x+2$,令 $f'(x)=0\Rightarrow x=2$,在 $(-\infty,2)$ 上 $f'(x)>0$,在 $(2,+\infty)$ 上 $f'(x)<0$,$\therefore$ 函数在 $x=2$ 处有最大值 $f(2)=-\frac{1}{2}\times2^2+2\times2+3=5$.

8.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为已知函数求值.

【应试指导】 $\because f(-2)=10$,

$\therefore f(-2)=-32-8a-2b-8=10$,

$\therefore 8a+2b=-50$,

$\therefore f(2)=32+8a+2b-8=32-50-8=-26$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调区间.

【应试指导】 $y=f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是单调函数,$\therefore y=f(x)$ 的单调区间为 $[-1,1]$,

$\because y=f(\sin x)$,$\therefore -1\leqslant\sin x\leqslant1$,

$\therefore -\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反函数的性质.

【应试指导】 方法一:由 $f(x)=x^2+2x+2$,得 $f(x)=(x+1)^2+1$,

$\therefore$ 当 $x<-1$ 时,$f(x)$ 有反函数存在,

$\because y=(x+1)^2+1(x<-1,y>1)$,

$\therefore x=-1-\sqrt{y-1}$,

$\therefore f^{-1}(x)=-\sqrt{x-1}-1(x>1)$,

$\therefore f^{-1}(2)=-\sqrt{2-1}-1=-2$.

方法二:$\because f(x)$ 与 $f^{-1}(x)$ 互为反函数,

$\because f^{-1}(2)$ 中的 $x=2$,就为 $f(x)=2$,

$\therefore x^2+2x+2=2\Rightarrow x_1=0,x_2=-2$,

$\therefore x<-1$,$\therefore x=-2$.

[注] 函数 $y=f(x)$ 的值域 B 是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域,$y=f(x)$ 的定义域 A 是其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的值域,则有 $f(a)=b,a\in A\Leftrightarrow f^{-1}(b)=a,b\in B$,方法二就是利用互为反函数间的关系,使计算更加简单快捷.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】 由已知条件可知本题属于排列问题,$\therefore P_{15}^2=15\times14=210$.

12.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的离心率.

【应试指导】 由已知得 $\frac{2a^2}{c}=c$,$\therefore 2a^2=c^2$,$\frac{c^2}{a^2}=2$,$\therefore\frac{c}{a}=\sqrt{2}$.

13.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最小正周期.

【应试指导】 三角函数周期及最值的求法,首先要化高次为一次,化多个三角函数为一个三角函数.

$y=\cos^2 4x=\frac{1+\cos8x}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos8x$,$\therefore T=\frac{2\pi}{8}=\frac{\pi}{4}$.

14.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 由 $|2x-7|\leqslant 3\Rightarrow -3\leqslant 2x-7\leqslant 3\Rightarrow 4\leqslant 2x\leqslant 10\Rightarrow 2\leqslant x\leqslant 5$.

15.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为独立同步试验的概率.

【应试指导】 由题意可知本试验属于独立同步试验,应用乘法公式,设甲、乙命中目标的事件分别为 A、B,则 $P(A)=0.3$,$P(B)=0.6$,$P(AB)=P(A)\cdot P(B)=0.3\times 0.6=0.18$.

16.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 由根与系数的关系得 $b_1+b_4=\frac{3}{2}$,由等差数列的性质得 $b_2+b_3=b_1+b_4=\frac{3}{2}$.

17.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数角的判定.

【应试指导】 由已知得 $\left.\begin{matrix}\sin\theta>0\\ \tan\theta>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\theta$ 在第一象限,$\left.\begin{matrix}\sin\theta<0\\ \tan\theta<0\end{matrix}\right\}\Rightarrow\theta$ 在第四象限,所以 θ 的终边在第一、四象限.

二、填空题

18.【答案】 $[1,+\infty)$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 要使函数 $y=[\lg(2^x-1)]^{\frac{1}{2}}$ 有意义,需使

$\begin{cases}\lg(2^x-1)\geqslant 0\\ 2^x-1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\lg(2^x-1)\geqslant \lg 1\\ 2^x>1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^x-1\geqslant 1\\ 2^x>2^0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2^x\geqslant 2\\ 2^x>2^0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x\geqslant 1\\ x>0\end{cases}\Rightarrow x\geqslant 1$,

$\therefore$ 函数的定义域为 $\{x\mid x\geqslant 1\}=[1,+\infty)$.

19.【答案】 $x-y+1=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜截式方式.

【应试指导】 设所求直线为 l,$\because k_a=1$,$l\parallel a$,

$\therefore k_l=k_a=1$,又 $\because l$ 过点 $(1,2)$,

$\therefore l$ 的方程为 $y-2=1\times(x-1)$,即 $x-y+1=0$.

20.【答案】 $\frac{\pi}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为余弦定理.

【应试指导】 由已知得 $\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{1}{2}$,即 $\cos A=\frac{1}{2}$,

$\therefore\angle A=\frac{\pi}{3}$.

21.【答案】 $\{x\mid x\geqslant\frac{1}{3}$ 或 $x\leqslant-\frac{1}{6}\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 $|6x-\frac{1}{2}|\geqslant\frac{3}{2}\Rightarrow 6x-\frac{1}{2}\geqslant\frac{3}{2}$ 或 $6x-\frac{1}{2}\leqslant-\frac{3}{2}\Rightarrow x\geqslant\frac{1}{3}$ 或 $x\leqslant-\frac{1}{6}$.

三、解答题

22. 由题意得直线方程为 $\frac{x}{-1}+\frac{y}{1}=1$,即 $y=x+1$,

由已知抛物线的顶点为 $(2,-8)$,则它的方程为 $y=(x-2)^2-8$,

即 $y=x^2-4x-4$,

由方程组 $\begin{cases}y=x+1\\ y=x^2-4x-4\end{cases}$,得 $x^2-5x-5=0$,

设直线与抛物线两交点的横坐标为 x_1 和 x_2,则 $x_1+x_2=5$,$x_1x_2=-5$,

于是 $x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=25+2\times 5=35$,

即直线与抛物线两交点的横坐标的平方和为 35.

23. 设剪去的小正方形边长为 x(cm),则水箱底边长为 $120-2x$,则水箱容积为

$V(x)=(120-2x)^2x(0<x<60)$,

即 $V(x)=4x^3-480x^2+120^2x$.

$\therefore V'(x)=12x^2-960x+120^2=12(x-60)(x-20)$,

令 $V'(x)=0$ 解得 $x_1=20$,$x_2=60\notin(0,60)$ 舍去,

$\therefore$ 函数 $V(x)$ 在区间 $(0,60)$ 上只有一个驻点,这个驻点即是极值点也是最值点,

$V(20)=(120-2\times 20)^2\times 20=128000(\text{cm}^3)$,

$\therefore$ 剪去的小正方形边长为 20cm 时水箱容积最大为 128000cm^3.

24. 设 A、B 的坐标分别为 (x_1,y_1) 和 (x_2,y_2),

把 $y=\frac{1}{3}x+b$ 代入 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$,整理得 $x^2-2bx-3b^2-12=0$,

$\therefore x_1+x_2=2b$,$x_1x_2=-3b^2-12$,

$|x_2-x_1|=\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}=4\sqrt{b^2+3}$,

$|y_2-y_1|=\frac{1}{3}|x_2-x_1|=\frac{4}{3}\sqrt{b^2+3}$,

设 AB 交 x 轴于 C 点,则 $OC=|3b|$,

$\because S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}$

$=\frac{1}{2}OC\cdot|y_1|+\frac{1}{2}OC\cdot|y_2|$

$=\frac{1}{2}OC\cdot|y_2-y_1|$

$=\frac{1}{2}|3b|\cdot\frac{4}{3}\sqrt{b^2+3}$,

$\because S_{\triangle AOB}=4\sqrt{7}$,$\therefore\frac{1}{2}|3b|\cdot\frac{4}{3}\sqrt{b^2+3}=4\sqrt{7}$,解之得 $b=\pm 2$.

25.(Ⅰ)当 $n\geqslant 2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{1}{8}[(a_n+2)^2-(a_{n-1}+2)^2]=\frac{1}{8}(a_n^2+4a_n+4-a_{n-1}^2-4a_{n-1}-4)$,

整理得 $(a_n+a_{n-1})(a_n-a_{n-1}-4)=0$,

$\because a_n>0$,$\therefore a_n-a_{n-1}=4$,

$a_1=S_1=\frac{1}{8}(a_1+2)^2\Rightarrow a_1=2$,

$\therefore\{a_n\}$ 是以 2 为首项,以 4 为公差的等差数列.

(Ⅱ)$\because a_n=a_1+(n-1)d=2+4(n-1)=4n-2$,

$\therefore b_n=t^{\frac{4n-2+2}{4}}=t^n=t\cdot t^{n-1}$,

$\therefore\{b_n\}$ 是以 t 为首项,t 为公比的等比数列,

$\therefore T_n=\frac{t(1-t^n)}{1-t}$.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学（文史财经类）

全真模拟(三)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $M=\{a,b\}$,$N=\{b,c\}$,满足 $P\subsetneqq\{M\cup N\}$ 的集合,P 的个数是 【　】

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

2. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,2)$,$\boldsymbol{b}=(-4,6)$,则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$ 【　】

A. 0　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{3\pi}{2}$　　D. π

3. 已知直线 l 与直线 $2x-3y+5=0$ 平行,则 l 的斜率为 【　】

A. $\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{3}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

4. 等差数列$\{a_n\}$中,$a_1+a_2=15$,$a_3=-5$,则前 8 项的和等于 【　】

A. -60　　B. -140　　C. -175　　D. -125

5. 已知 $\cot\alpha=2$,且 $\cos\alpha<0$,则 $\sin\alpha$ 的值等于 【　】

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $-\frac{1}{5}$　　C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{1}{5}$

6. 命题甲:$|x|>5$,命题乙:$x>5$,则 【　】

A. 甲是乙的充分但不必要条件

B. 甲是乙的必要但不充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 当 $a=1$ 时,函数 $f(x)=2ax^2+(a-1)x+3$ 的对称轴方程为 【　】

A. $x=0$　　B. $y=0$　　C. $x=\frac{1}{2}$　　D. $x=3$

8. 双曲线$\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{5}=1$ 与直线 $y=2x+1$ 的公共点的个数是 【　】

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

9. 函数 $f(x)=-x^2+4x-2$ 在区间$[1,4]$上的最大值和最小值分别是 【　】

A. 2 和 -2　　B. 2,没有最小值　　C. 1 和 1　　D. 2 和 4

10. 函数 $y=\sin\frac{x}{2}\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2})$ 的最小正周期是 【　】

A. 4π　　B. π　　C. 2π　　D. $\frac{\pi}{2}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且满足 $f(2x)=3^x$,则 $f(x)$ 的反函数为 【　】

A. $y=\log_2x^3$　　B. $y=2\log_3x$　　C. $y=\frac{1}{2}\log_3x$　　D. $y=\log_3x^{\frac{1}{2}}$

12. 若函数 $f(x)=1+\log_ax$ 在$(0,+\infty)$上是减函数,则 【　】

A. $a>1$　　B. $a>2$　　C. $1<a<2$　　D. $0<a<1$

13. 5 人排成一排,如果甲必须站在排头或排尾,而乙不能站在排头或排尾,不同的排法种数是 【　】

A. 18　　B. 36　　C. 48　　D. 60

14. 椭圆$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{3}=1$ 的焦点是 F_1 和 F_2,点 P 在椭圆上,$\triangle PF_1F_2$ 的周长是 【　】

A. $6+4\sqrt{3}$　　B. 18　　C. 15　　D. $6-4\sqrt{3}$

15. 直线 $2x-y+7=0$ 与圆$(x-1)^2+(y+1)^2=20$ 的位置关系是 【　】

A. 相离　　B. 相交但不过圆心

C. 相切　　D. 相交且过圆心

16. 若函数 $f(x)$ 是奇函数,则函数 $F(x)=f(x)\sin(\frac{3\pi}{2}-x)$ 的奇偶性是 【　】

A. 奇函数　　B. 偶函数

C. 是非奇非偶函数　　D. 既是奇函数,又是偶函数

17. 已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,a,b 分别为 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的对边,$\angle C=90°$,$b=8$,$\angle A=15°$,则 $a=$ 【　】

A. $16-8\sqrt{3}$　　B. $16+8\sqrt{3}$　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $8\sqrt{6}-8\sqrt{2}$

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 曲线 $y=x^4+x^3$ 在点$(-1,0)$处的切线方程为_____.

19. 函数 $y=\lg(x^2-x-2)$ 的定义域为_____.

20. 从 5 位男生和 4 位女生中选出 2 人作代表,恰好一男生和一女生的概率是_____.

21. 任选一个不大于 20 的正整数,它恰好是 3 的整数倍的概率是_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

已知抛物线经过点(2,3),对称轴方程为 $x=1$,且在 x 轴上截得的弦长为 4,试求抛物线的解析式.

23.(本小题满分 12 分)

问数列:$\lg 100,\lg(100\sin 45^\circ),\lg(100\sin^2 45^\circ),\cdots,\lg(100\sin^{n-1}45^\circ)$ 前几项和最大?并求最大值.($\lg 2=0.3010$)

24.(本小题满分 12 分)

已知三角形的一个内角是 $\frac{\pi}{3}$,面积是 $10\sqrt{3}$,周长是 20,求各边的长.

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 $x^2+\frac{y^2}{b^2}=1$ 和一开口向右,顶点在原点的抛物线有公共焦点,设 P 为该椭圆与抛物线的一个交点,如果 P 点的横坐标为 $\frac{1}{2}$,求此椭圆的离心率.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的真子集.

【应试指导】 方法一:由已知条件得:$M\cup N=\{a,b,c\}$,

$\because P\subsetneqq\{a,b,c\}$,

$\therefore$ 满足条件的集合 P 为 $\varnothing,\{a\},\{b\},\{c\},\{a,b\},\{a,c\},\{b,c\}$.

方法二:P 是集合 $\{a,b,c\}$ 的真子集,所以它的个数为 $2^n-1=2^3-1=7$.

2.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的夹角.

【应试指导】 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=3\times(-4)+2\times 6=0$,$\therefore \boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$,

$\because 0\leqslant\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle<\pi$,$\therefore\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\pi}{2}$.

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】 已知直线 l 与直线 $2x-3y+5=0$ 平行,故 $k_l=\frac{2}{3}$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 由已知条件及等差数列的定义得

$$\begin{cases}a_1+a_2=15\\a_3=-5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2a_1+d=15\\a_1+2d=-5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a_1=\frac{35}{3}\\d=-\frac{25}{3}\end{cases},$$

求和方法一:$\because a_8=a_1+7d$

$$= \frac{35}{3} + 7 \times (-\frac{25}{3})$$

$$= -\frac{140}{3},$$

$$\therefore S_8 = \frac{8(\frac{35}{3} - \frac{140}{3})}{2} = -140.$$

方法二：$S_8 = 8 \times \frac{35}{3} + \frac{8(8-1)}{2} \times (-\frac{25}{3}) = -140.$

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的变换.

【应试指导】 由题意得方程组 $\begin{cases} \cot\alpha = 2 \\ \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \end{cases} \Rightarrow \sin^2\alpha + 4\sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin^2\alpha = \frac{1}{5} \\ \cos\alpha < 0 \\ \cot\alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$

6.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $\because |x| > 5 \not\Rightarrow x > 5$，而 $x > 5 \Rightarrow |x| > 5$，

$\therefore$ 甲是乙的必要条件，但不是充分条件.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的对称轴.

【应试指导】 当 $a = 1$ 时，$f(x) = 2x^2 + 3$，此时抛物线的对称轴方程为 $x = 0$.

[注] 当二次函数式中的一次项系数 $b = 0$ 时，函数图像的对称轴就为 y 轴，反之也成立.

8.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的交点.

【应试指导】 $\begin{cases} \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{5} = 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow 11x^2 + 20x - 40 = 0,$

$\because \Delta = 400 + 4 \times 11 \times 40 > 0,$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根，

$\therefore$ 方程组有两个不同的解，故双曲线与直线有两个公共点.

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的最值.

【应试指导】 $f(x) = -x^2 + 4x - 2 = -(x-2)^2 + 2,$

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时，$y_{最大值} = 2,$

又 $\because f(1) = 1, f(4) = -2,$

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时，$y_{最小值} = -2.$

10.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最小正周期.

【应试指导】 $\because y = \sin\frac{x}{2}\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})$

$$= \sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$$

$$= \frac{1}{2}\sin x,$$

$\therefore$ 函数的最小正周期 $T = 2\pi.$

11.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的反函数.

【应试指导】 令 $2x = t$，则 $x = \frac{t}{2}$，

$\therefore$ 有 $f(t) = 3^{\frac{t}{2}}$，

$\therefore f(x) = 3^{\frac{x}{2}}$，即 $y = 3^{\frac{x}{2}} (x \in \mathbf{R})(y > 0)$，

$\therefore \frac{x}{2} = \log_3 y$，$\therefore x = 2\log_3 y$，

$\therefore y = 2\log_3 x (x > 0)$ 是 $f(x) = 3^{\frac{x}{2}}$ 的反函数.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的增减性.

【应试指导】 由已知条件 $f(x) = 1 + \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数，及对数函数 $y = \log_a x$ 的性质可得底数 $0 < a < 1$.

13.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】 5 人排成一排，甲必须站在排头或排尾共有 P_2^1 种排法，而乙不能站在排头或排尾，他只能站在除排头、排尾以外的三个位置上的一个，共有 P_3^1 种排法，其余 3 个人站在除甲、乙两个位置以外的三个位置上共有 P_3^3 种排法，由分步计数原理得满足条件的排法共有 $P_2^1 \cdot P_3^1 \cdot P_3^3 = 36$ 种.

14.【答案】 A

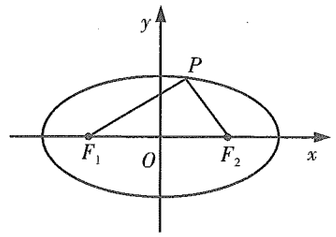
【考情点拨】 本题主要考查的知识点为椭圆的性质.

【应试指导】 由方程 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 得 $a^2 = 12, b^2 = 3,$

$\therefore c^2 = a^2 - b^2 = 12 - 3 = 9,$

$\therefore c = 3, a = 2\sqrt{3},$

如图由椭圆的定义可知 $\triangle PF_1F_2$ 的周长等于 $|PF_1| + |PF_2| + |F_1F_2| = 2a + 2c = 4\sqrt{3} + 6.$



(14 题答案图)

15.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线与圆的位置关系.

【应试指导】 易知圆心坐标为 $(1, -1)$，圆心到直线 $2x - y + 7 = 0$ 的距离 $d = \frac{|2 \times 1 + 1 + 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5},$

$\because$ 圆的半径 $r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$

$\therefore d = r$，$\therefore$ 直线与圆相切.

[注] 关于直线与圆的位置关系判断的方法有：(1) 设 d 为圆心到直线的距离，r 为圆的半径，① 当 $d < r$ 时，直线与圆相交；② 当 $d = r$ 时，直线与圆相切；③ 当 $d > r$ 时，直线与圆相离. (2) 图示法. 已知直线和圆的方程时在同一坐标系内画出它们的图像即可得出. (3) 求交点法. 解直线方程与圆的方程联立的方程组，求解的个数，① 若方程组有两组不同的解则直线与圆相交；② 方程组有一组解则直线与圆相切；③ 方程组无实数解则直线与圆相离.

16.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 $\because f(x)$ 是奇函数,

$\therefore f(-x)=-f(x)$,

$\because F(x)=f(x)(-\cos x)=-f(x)\cos x$,

$\therefore F(-x)=-f(-x)\cos(-x)=f(x)\cos x=-F(x)$,

$\therefore F(x)=f(x)\sin(\frac{3\pi}{2}-x)$ 为奇函数.

[注] 奇函数×偶函数 = 奇函数;奇函数×奇函数 = 偶函数;偶函数×偶函数 = 偶函数.

17.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直角三角形的解法.

【应试指导】 $\because \angle C=90^\circ, b=8, \angle A=15^\circ$,

$$\begin{aligned}\therefore a&=b\tan 15^\circ\\&=8\tan(45^\circ-30^\circ)\\&=8\times\frac{\tan 45^\circ-\tan 30^\circ}{1+\tan 45^\circ\cdot\tan 30^\circ}\\&=8\times\frac{1-\frac{1}{\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{3}}}=16-8\sqrt{3}.\end{aligned}$$

二、填空题

18.【答案】 $x+y+1=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的切线方程.

【应试指导】 由曲线 $y=x^4+x^3$ 得 $y'=4x^3+3x^2$, $y'|_{x=-1}=-1$,所以切线方程为 $y=-(x+1)$ 即 $x+y+1=0$.

19.【答案】 $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的定义域.

【应试指导】 要使函数 $y=\lg(x^2-x-2)$ 有意义,必须使 $x^2-x-2>0\Rightarrow x>2$ 或 $x<-1$,

$\therefore$ 函数的定义域为 $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$.

20.【答案】 $\frac{5}{9}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 从5位男生和4位女生中任选2人的选法共有 C_9^2 种,恰好一男生和一女生的选法共有 $C_5^1\cdot C_4^1$ 种,

所以恰好选出一男生和一女生的概率是 $\frac{C_5^1\cdot C_4^1}{C_9^2}=\frac{5}{9}$.

21.【答案】 $\frac{3}{10}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等可能事件的概率.

【应试指导】 设 n 为不大于20的正整数的个数,则 $n=20$, m 为在这20个数中3的倍数:3、6、9、12、15、18的个数, $\therefore m=6$, $\therefore$ 所求的概率 $=\frac{m}{n}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$.

三、解答题

22. 设抛物线 $y=a(x-x_1)(x-x_2)$,与 x 轴的两交点为 $A(x_1,0)$, $B(x_2,0)$,

由 $|AB|=4$,对称轴为 $x=1$ 得 $x_1=1-2=-1$, $x_2=1+2=3$,

$\therefore y=a(x+1)(x-3)$,又 $\because$ 抛物线过点 $(2,3)$,

$\therefore 3=a(2+1)(2-3)$,得 $a=-1$,

故所求的抛物线方程为 $y=-(x+1)(x-3)$,

即 $y=-x^2+2x+3$.

23. 方法一,由对数的运算法则,原数列化简为

$2, 2-\frac{1}{2}\lg 2, 2-\lg 2, 2-\frac{3}{2}\lg 2, \cdots, 2-\frac{1}{2}(\lg 2)(n-1)$,

可知此数列是以2为首项以 $-\frac{1}{2}\lg 2$ 为公差的等差数列.

$$\therefore S_n=\frac{n\{2+[2-\frac{1}{2}(\lg 2)(n-1)]\}}{2}=(-\frac{1}{4}\lg 2)n^2+(\frac{1}{4}\lg 2+2)n,$$

把前 n 项和看作是以 n 为自变量的二次函数, $a=-\frac{1}{4}\lg 2$, $b=\frac{1}{4}\lg 2+2$, $\because a<0$, $\therefore S_n$ 有最大值,

$$\therefore 当\ n=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{1}{4}\lg 2+2}{2\times(-\frac{1}{4}\lg 2)}=\frac{1}{2}+\frac{4}{\lg 2}\approx 14,$$

即 $n=14$ 时, S_n 的值最大,最大值为

$$S_{14}=\frac{14[2+2-\frac{13}{2}(\lg 2)]}{2}\approx 14.3.$$

方法二:由方法一知 $d=-\frac{1}{2}\lg 2<0$, $\therefore$ 数列 $\{a_k\}$ 为递减数列,若 $a_k\geqslant 0, a_{k+1}<0$,则前 k 项和最大,

$$\begin{cases}a_k\geqslant 0\\a_{k+1}<0\end{cases}\Rightarrow 13.3<k\leqslant 14.3, \because k\in\mathbf{Z}_+,$$

$\therefore k=14$,故前14项和最大,最大值约为14.3.

24. 设三角形三边分别为 a,b,c, $\angle A=60^\circ$,

由已知得 $\begin{cases}\frac{1}{2}bc\sin A=10\sqrt{3}\\a+b+c=20\\a^2=b^2+c^2-2bc\cos A\end{cases}$,

解之得 $a_1=7, b_1=5, c_1=8$ 或 $a_2=7, b_2=8, c_2=5$,

故三边长分别为7,5,8.

25. 设抛物线方程为 $y^2=2px(p>0)$,由已知得椭圆焦点在 x 轴上, $a=1$, $\therefore 0<b<1$,

半焦距 $c=\sqrt{1-b^2}$,因为抛物线与椭圆有公共焦点,所以 $\frac{p}{2}=c$,

$\therefore p=2c$,抛物线方程为 $y^2=4cx$,代入椭圆方程得 $x^2+\frac{4cx}{b^2}=1$,即 $b^2x^2+4cx-b^2=0$,

设 P 点的横坐标为 x_p,则 $x_p>0$,

且 $x_p=\frac{-2c+\sqrt{4c^2+b^4}}{b^2}=\frac{-2c+2-b^2}{b^2}$,

设椭圆的离心率为 $e=\frac{c}{a}$, $\because a=1$, $\therefore e=c$,

$\therefore x_p=\frac{-2e+1+e^2}{1-e^2}=\frac{1-e}{1+e}$,

$\because x_p=\frac{1}{2}$, $\therefore \frac{1-e}{1+e}=\frac{1}{2}$,得 $e=\frac{1}{3}$.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学（文史财经类）

全真模拟(五)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $M=\{2\}$,$N=\{1,2\}$,$S=\{1,2,4\}$,则$(M\cup N)\cap S$是 【　】

A. $\{1\}$　B. $\{1,2\}$　C. $\{4\}$　D. $\{1,2,4\}$

2. 命题甲:$x>y$ 且 $xy>0$,命题乙:$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$,则 【　】

A. 甲是乙的充分条件,但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件,但不是充分条件

C. 甲是乙的充分必要条件

D. 甲不是乙的必要条件也不是乙的充分条件

3. 已知函数 $y=x^2+ax+a$ 的对称轴为 $x=-\frac{1}{2}$,则 a 等于 【　】

A. $\frac{1}{2}$　B. 1　C. -1　D. $-\frac{1}{2}$

4. 不等式 $|x+3|>5$ 的解集为 【　】

A. $\{x\mid x>2\}$　B. $\{x\mid x<-8$ 或 $x>2\}$

C. $\{x\mid x<-8\}$　D. $\{x\mid x>3\}$

5. 过曲线 $y=(x-1)^2$ 上一点$(-1,4)$的切线斜率为 【　】

A. -4　B. 0　C. 2　D. -2

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,1)$,$\boldsymbol{b}=(-2,5)$,则 $3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=$ 【　】

A. $(2,7)$　B. $(13,-7)$　C. $(2,-7)$　D. $(13,13)$

7. 已知双曲线上一点到两焦点$(-5,0)$,$(5,0)$距离之差的绝对值等于 6,则双曲线方程为 【　】

A. $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$　B. $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$　C. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$　D. $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{16}=1$

8. 椭圆的长轴是短轴的二倍,则椭圆的离心率是 【　】

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. $y=(1-x^2)^2$ 的导数是 【　】

A. $2-2x^2$　B. $2x^2-3$　C. $4x^3-4x$　D. $4x-4x^3$

10. 等差数列$\{a_n\}$中,已知 $a_5+a_8=5$,那么 a_2+a_{11} 的值等于 【　】

A. 5　B. 10　C. 15　D. 20

11. 把 6 个苹果平均分给 3 个小孩,不同的分配方法有 【　】

A. 90 种　B. 30 种　C. 60 种　D. 15 种

12. 已知 $\cos2\alpha=\frac{5}{13}(\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi)$,则 $\tan\alpha$ 等于 【　】

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{3}{2}$　C. $-\frac{3}{2}$　D. $-\frac{2}{3}$

13. 下列函数中为偶函数,且在区间$(0,+\infty)$上是减函数的是 【　】

A. $y=\log_3x^2$　B. $y=x^2-x$　C. $y=-3^{|x|}$　D. $y=\sqrt[3]{x^2}$

14. 函数 $y=\tan(2x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期为 【　】

A. π　B. $\frac{\pi}{2}$　C. $\frac{\pi}{3}$　D. 2π

15. 在区间$(0,+\infty)$上是增函数的是 【　】

A. $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$　B. $y=3+x^3$

C. $y=2-x^2$　D. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

16. 在 Rt$\triangle ABC$ 中,两个锐角为 $\angle A$、$\angle B$,则 $\sin^2A+\sin B$ 【　】

A. 有最大值$\frac{5}{4}$,无最小值　B. 有最大值 2,最小值$-\frac{5}{4}$

C. 无最大值,有最小值$\frac{3}{4}$　D. 既无最大值又无最小值

17. 在四边形 $ABCD$ 中:$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$,则四边形一定是 【　】

A. 平行四边形　B. 矩形　C. 菱形　D. 正方形

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 函数 $y=\sqrt{2-3x+x^2}$ 的定义域是_____.

19. 已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=a$,计算 $\sin\alpha\cos\alpha=$ _____.

20. 在 y 轴上的截距为 2 且与斜率为$\frac{2}{5}$的直线垂直的直线方程是_____.

21. 在 $\triangle ABC$ 中,$AB=3$,$BC=5$,$AC=7$,则 $\cos B=$ _____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,已知三边 a、b、c 成等差数列,且最大角 $\angle A$ 是最小角的 2 倍,求 $a:b:c$.

23.(本小题满分 12 分)

已知 $f(x)=4x^2-mx+5(x\in\mathbf{R})$ 在 $(-\infty,-2]$ 上是减函数,在 $[-2,+\infty)$ 上是增函数,求 $f(1)$ 的值,并比较 $f(-4)$ 与 $f(\log_{\frac{1}{2}}8)$ 的大小.

24.(本小题满分 12 分)

设 $f(x)=a^{x-1}$,其中常数 $a>0$,如果 $\{x_n\}$ 是等差数列,且 $x_n=2n-1$,

(Ⅰ)求证:$\{f(x_n)\}$ 是等比数列;

(Ⅱ)求数列 $\{f(x_n)\}$ 的前 n 项和 S_n 的表达式.

25.(本小题满分 13 分)

弹簧的伸长与下面所挂砝码的重量成正比,已知弹簧挂 20g 重的砝码时长度是 12cm,挂 35g 重的砝码时长度是 15cm,写出弹簧长度 y(cm) 与砝码重 x(g) 的函数关系式,并求弹簧不挂砝码时的长度.

密封线内不要答题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由交集、并集的运算可得$(M\cup N)\cap S=\{1,2\}$.

2.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}\Rightarrow\frac{1}{x}-\frac{1}{y}<0\Rightarrow\frac{y-x}{xy}<0\Rightarrow\begin{cases}x-y>0\\xy>0\end{cases}$或$\begin{cases}x-y<0\\xy<0\end{cases}$,即$\begin{cases}x>y\\xy>0\end{cases}$或$\begin{cases}x<y\\xy<0\end{cases}$,

$\therefore$ 甲$\Rightarrow$乙,但乙$\not\Rightarrow$甲.

3.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的对称轴.

【应试指导】 $\because y=x^2+ax+a$ 的对称轴为 $x=-\frac{a}{2}$,$\therefore -\frac{a}{2}=-\frac{1}{2}$,$\therefore a=1$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 $|x+3|>5\Rightarrow x+3>5$ 或 $x+3<-5\Rightarrow x>2$ 或 $x<-8$,

$\therefore |x+3|>5$ 的解集为$\{x\mid x>2$ 或 $x<-8\}$.

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线切线的斜率.

【应试指导】 由 $y=(x-1)^2\Rightarrow y=x^2-2x+1\Rightarrow y'|_{x=-1}=(2x-2)|_{x=-1}=2\times(-1)-2=-4$.

6.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的坐标运算.

【应试指导】 由 $\boldsymbol{a}=(3,1)$,$\boldsymbol{b}=(-2,5)$,则

$3\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}=3\cdot(3,1)-2\cdot(-2,5)$

$=(13,-7)$.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的定义.

【应试指导】 由已知条件知双曲线焦点在 x 轴上属于第一类标准式,又知 $c=5$,$2a=6$,

$\therefore a=3$,$\therefore b^2=c^2-a^2=25-9=16$,$\therefore$ 所求双曲线的方程为$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为椭圆的离心率.

【应试指导】 设半长轴和半短轴长度分别为 $a,b(a>0,b>0)$,由已知条件得 $a=2b$,

$\therefore b=\frac{1}{2}a$,

$\because c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{a^2-\frac{1}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,

$\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的导数.

【应试指导】 方法一:$y'=2(1-x^2)(1-x^2)'=2(1-x^2)(-2x)=-4x+4x^3$.

方法二:$y=(1-x^2)^2=x^4-2x^2+1$,

$\therefore y'=4x^3-4x$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 此题若用等差数列的通项公式较为麻烦,用等差数列的性质:若 $m+n=p+q$,则 $a_m+a_n=a_p+a_q$ 较为简单.

$\because 5+8=2+11$,

$\therefore a_2+a_{11}=a_5+a_8=5$.

11.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为分步计数原理.

【应试指导】 因为把6个苹果平均分给3个小孩与顺序无关属于组合,第一步从6个苹果中任取2个分配给3个小孩中的任一个,分配的方法有 C_6^2 种,第二步在剩余的4个中任取2个分给剩下2个小孩中的任一个有 C_4^2 种分法,第三步把剩下的2个分给最后一个小孩有 C_2^2 种分法,由分步计数原理得不同的分配方法有

$C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times1$

$=15\times6\times1=90$(种).

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的恒等变换.

【应试指导】 此题应从 $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 去考虑.

$\because \cos2\alpha=\frac{5}{13}$ $\alpha\in(\frac{3\pi}{2},2\pi)$,

$\therefore 2\cos^2\alpha-1=\frac{5}{13}\Rightarrow\cos^2\alpha=\frac{9}{13}\Rightarrow\sin^2\alpha=\frac{4}{13}$,

$\therefore \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\tan^2\alpha=\frac{4}{9}\Rightarrow\tan\alpha=-\frac{2}{3}$.

13.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为偶函数及其增减性.

【应试指导】 A选项中,$y=\log_3x^2$ $x\in(0,+\infty)$ 上是增函数;

B选项中,$y=x^2-x=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}$,在$[\frac{1}{2},+\infty)$上是增函数;

C选项中,$y=-3^{|x|}$ $x\in(0,+\infty)$ 上是减函数;

D选项中,$y=\sqrt[3]{x^2}$ $x\in(0,+\infty)$ 上是增函数.

14.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为正切函数的最小正周期.

【应试指导】 由正切函数 $y=\tan(\omega x+\varphi)$ 的最小正周期 $T=\frac{\pi}{|\omega|}$ 得

$y=\tan(2x+\frac{\pi}{4})$ 的最小正周期 $T=\frac{\pi}{2}$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为指数函数、对数函数与二次函数的性质.

【应试指导】 由对数函数，指数函数，二次函数的图像和性质可知 A、C、D 所表示的函数在$(0,+\infty)$上都为减函数，故应选 B.

16.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最值.

【应试指导】 在 Rt$\triangle ABC$ 中，A、B 两锐角互余，所以 $\sin^2 A=\cos^2 B=1-\sin^2 B$，

$\sin^2 A+\sin B=1-\sin^2 B+\sin B=1-(\sin^2 B-\sin B)=\frac{5}{4}-(\sin B-\frac{1}{2})^2$，

当 $\sin B=\frac{1}{2}$，即 $\angle B=30^\circ$ 时，$\sin^2 A+\sin B$ 的最大值为 $\frac{5}{4}$，无最小值.

17.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为菱形的定义.

【应试指导】 由 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ 可知，$AB\underline{\parallel}CD\Rightarrow\square ABCD$，又因为 AC、BD 为 $\square ABCD$ 的对角线，且 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，所以又知 $AC\perp BD$，则四边形 $ABCD$ 为菱形.

二、填空题

18.【答案】 $\{x\mid x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 2\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 要使函数 $y=\sqrt{2-3x+x^2}$ 有意义，只须使

$2-3x+x^2\geqslant 0\Rightarrow(x-1)(x-2)\geqslant 0\Rightarrow x\geqslant 2$ 或 $x\leqslant 1$，

$\therefore$ 函数的定义域为$\{x\mid x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 2\}$.

19.【答案】 $\frac{1-a^2}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 $\because \sin\alpha-\cos\alpha=a$，

$\therefore(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=a^2$，

$\therefore\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=a^2$，

$\therefore 1-2\sin\alpha\cos\alpha=a^2$，

$\therefore\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1-a^2}{2}$.

20.【答案】 $5x+2y-4=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜截式方程.

【应试指导】 设所求直线为 l，$\because l$ 与斜率为 $\frac{2}{5}$ 的直线垂直，$\therefore k_l=-\frac{5}{2}$，

又 $\because l$ 在 y 轴上的截距为 2，由直线的斜截式得 l 的方程为

$y=-\frac{5}{2}x+2$，即 $5x+2y-4=0$.

21.【答案】 $-\frac{1}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为余弦定理.

【应试指导】 在 $\triangle ABC$ 中，$\because AB=3,BC=5,AC=7$，

由余弦定理得 $\cos B=\frac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}=-\frac{1}{2}$.

三、解答题

22. 由已知得 $a+c=2b$ 即 $b=\frac{a+c}{2}$，

$\because\angle A=2\angle C$，$\therefore\sin A=\sin 2C$，

由正弦定理得 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

$\therefore a=\frac{c\cdot\sin 2C}{\sin C}=\frac{2c\cdot\sin C\cos C}{\sin C}=2c\cdot\cos C$，

由余弦定理得 $a=2c\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

$$=c\cdot\frac{a^2+\frac{(a+c)^2}{4}-c^2}{a\cdot\frac{a+c}{2}},$$

解之得 $a=\frac{3}{2}c$，$b=\frac{5}{4}c$，

$\therefore a:b:c=\frac{3}{2}c:\frac{5}{4}c:c=6:5:4$.

23. 由已知得 $x=-2$ 为对称轴，$\therefore-\frac{-m}{8}=-2$，$m=-16$，

故 $f(x)=4x^2+16x+5$，$\therefore f(1)=25$，

$\because\log_{\frac{1}{2}}8=-3$，$-\infty<-4<-3<-2$，

又 $\because f(x)$ 在$(-\infty,-2]$上是减函数，

$\therefore f(-4)>f(-3)=f(\log_{\frac{1}{2}}8)$.

24.(Ⅰ) 设数列$\{x_n\}$的公差为 d，$\because a>0$，

故 $f(x_n)=a^{x_n-1}\neq 0$，

当 $n\geqslant 2$ 时，有

$$\frac{f(x_n)}{f(x_{n-1})}=\frac{a^{x_n-1}}{a^{x_{n-1}-1}}$$

$$=a^{x_n-1-x_{n-1}+1}$$

$$=a^{x_n-x_{n-1}}=a^d\neq 0.$$

$\therefore\{f(x_n)\}$ 是以 a^d 为公比的等比数列.

(Ⅱ) $\because d=x_n-x_{n-1}=2$，

$\therefore$ 数列$\{f(x_n)\}$的公比为 a^2，

$\because x_1=2\times1-1=1$，$\therefore f(x_1)=f(1)=a^{1-1}=1$，

故$\{f(x_n)\}$的首项为 1，

$\therefore S_n=\frac{1-a^{2n}}{1-a^2}$.

25. 设弹簧原长为 y_0 cm，则弹簧伸长量为$(y-y_0)$cm，

由题意得 $y-y_0=kx$，即 $y=kx+y_0$，

由已知条件得 $\begin{cases}12=20k+y_0\\15=35k+y_0\end{cases}$ 解得 $k=0.2$，$y_0=8$，

所求函数关系式为 $y=0.2x+8$，弹簧的原长为 8cm.

密 封 线 内 不 要 答 题

绝密★启用前

全国各类成人高等学校招生考试高起点数学（文史财经类）

全真模拟(六)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知全集 $U=\{0,1,2,3,4\}$,集合 $M=\{1,3\}$,$N=\{0,2,4\}$,则 $\complement_U M\cap N=$ 【　】

A. M　　B. $\varnothing$　　C. U　　D. N

2. 设 x,y 为实数,则 $|x|=|y|$ 成立的充分必要条件是 【　】

A. $x=-y$　　B. $x=y$　　C. $\sqrt{x}=\sqrt{y}$　　D. $x^2=y^2$

3. 若 $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,且 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$,则 $\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=$ 【　】

A. $\frac{-4-3\sqrt{3}}{10}$　　B. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$　　C. $\frac{-4+3\sqrt{3}}{10}$　　D. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$

4. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(3,4)$,$\boldsymbol{b}=(0,-2)$,则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$ 【　】

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{2}{25}$　　D. $-\frac{2}{25}$

5. 函数 $y=\log_2\frac{1+x}{1-x}$ 【　】

A. 是偶函数　　B. 既是奇函数,又是偶函数

C. 是奇函数　　D. 既不是奇函数,又不是偶函数

6. 函数 $y=\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{x}{4})\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4})$ 的最小正周期和最大值分别是 【　】

A. $2\pi,\frac{1}{2}$　　B. $2\pi,2$　　C. $4\pi,\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\pi}{2},-\frac{1}{2}$

7. 已知直线 $y=3x+1$ 与直线 $x+my+1=0$ 互相垂直,则 m 的值是 【　】

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. -3　　D. 3

8. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$,且 $a_2\cdot a_4=8$,$a_1\cdot a_7=$ 【　】

A. 8　　B. 16　　C. 32　　D. 64

9. 函数 $f(x)=2x^2-mx+3$,当 $x\in[-2,+\infty)$ 时是增函数,当 $x\in(-\infty,-2]$ 时是减函数,则 $f(1)=$ 【　】

A. -3　　B. 13　　C. 7　　D. 由 m 而定的常数

10. 过点 $A(1,-1)$,$B(-1,1)$ 且圆心在直线 $x+y-2=0$ 上的圆的方程是 【　】

A. $(x-3)^2+(y+1)^2=4$　　B. $(x+3)^2+(y-1)^2=4$

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$　　D. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

11. 双曲线的中心在原点且两条渐近线互相垂直,且双曲线过 $(-2,0)$ 点,则双曲线方程是 【　】

A. $x^2-y^2=4$　　B. $x^2-y^2=1$

C. $y^2-x^2=4$　　D. $y^2-x^2=1$

12. 若 $f(x-2)=x^2-2x$,则 $f(x+2)=$ 【　】

A. x^2+2x　　B. x^2+4x+6

C. x^2+6x+8　　D. x^2+4x+8

13. 函数 $y=x^3+3x^2-1$ 【　】

A. 没有极大值　　B. 没有极小值

C. 极大值为 -1　　D. 极小值为 -1

14. 随意安排甲、乙、丙 3 人在 3 天节日中值班一天,那么甲排在乙之前的概率是 【　】

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

15. 已知函数 $f(x)=(a^2-1)x^2+x$ 是奇函数,则 a 等于 【　】

A. 1　　B. 1 或 -1　　C. -1　　D. 0

16. 已知点 $M(-2,5)$,$N(4,2)$,点 P 在 $\overrightarrow{MN}$ 上,且 $\overrightarrow{MP}:\overrightarrow{PN}=1:2$,则点 P 的坐标为 【　】

A. $(2,\frac{7}{2})$　　B. $(0,4)$　　C. $(8,2)$　　D. $(2,1)$

17. 5 人排成一排,甲、乙两人必须排在两端的排法有 【　】

A. 6 种　　B. 12 种　　C. 24 种　　D. 8 种

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 函数 $y=3\sin\frac{x}{3}+4\cos\frac{x}{3}$ 的值域是_____,周期是_____.

19. 设 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,则 $\frac{\sqrt{1-\sin\alpha}}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}=$_____.

20. 在自然数 $1,2,\cdots,100$ 中任取一个数,能被 3 整除的数的概率是_____.

21. 函数 $y=\sqrt{2^x-\frac{1}{2}}$ 的定义域是_____.

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

若 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 是关于 x 的方程 $mx^2-(2m-3)x+m-2=0$ 的两个实根,求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的取值范围.

23.(本小题满分 12 分)

某商品每件 60 元,每周卖出 300 件,若调整价格,每涨价 1 元,每周要少卖 10 件,已知每件商品的成本为 40 元,如何定价才能使利润最大?

24.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 的右焦点在直线 $3x-4y-15=0$ 上,且该直线与双曲线的左支交于 M 点,已知 M 与原点间的距离是 5,求双曲线的离心率.

25.(本小题满分 13 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和 $S_n=-2n^2-n$.

(Ⅰ)求通项 a_n 的表达式;

(Ⅱ)求 $a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}$ 的值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由已知条件及补集、交集的运算知 $\complement_U M=N, N\cap N=N$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $x^2=y^2\Rightarrow|x|=|y|$,而 $|x|=|y|\Rightarrow x^2=y^2$,故选 D.

3.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的两角和公式.

【应试指导】 $\because\cos\theta=-\frac{3}{5}, \frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,

$\therefore\sin\theta=\frac{4}{5}$,

$\therefore\sin(\theta+\frac{\pi}{3})=\sin\theta\cos\frac{\pi}{3}+\cos\theta\sin\frac{\pi}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}+(-\frac{3}{5})\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的夹角公式.

【应试指导】 $\because \boldsymbol{a}=(3,4), \boldsymbol{b}=(0,-2)$,

$\therefore|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3^2+4^2}=5, |\boldsymbol{b}|=\sqrt{0^2+(-2)^2}=2$,

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(3,4)\cdot(0,-2)=3\times0+4\times(-2)=-8$,

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{-8}{5\times2}=-\frac{4}{5}$.

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 令 $f(x)=\log_2\frac{1+x}{1-x}$,

则 $f(-x)=\log_2\frac{1-x}{1+x}$

$=\log_2\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1}$

$=-\log_2\frac{1+x}{1-x}$

$=-f(x)$,

$\therefore f(x)=\log_2\frac{1+x}{1-x}$ 为奇函数.

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最小正周期及最值.

【应试指导】 $y=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{x}{4}\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{4}\right)$

$=\cos\frac{x}{4}\sin\frac{x}{4}$

$$= \frac{1}{2}\sin\left(2\cdot\frac{x}{4}\right) = \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}x,$$

$\therefore$ 最小正周期 $T = \dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi, y_{\max} = \dfrac{1}{2}$.

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为两直线垂直的性质.

【应试指导】 易知直线 $y = 3x + 1$ 的斜率为 3,由 $x + my + 1 = 0$ 中 $m \neq 0$ 得

$y = -\dfrac{1}{m}x - \dfrac{1}{m}$,其斜率为 $-\dfrac{1}{m}$,

$\because$ 两直线互相垂直,$\therefore -\dfrac{1}{m}\cdot 3 = -1, \therefore m = 3$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $\because \{a_n\}$ 是公比为 $q = 2$ 的等比数列且 $a_2 \cdot a_4 = 8$,

由通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1}$ 得 $a_1 q \cdot a_1 q^3 = 8, (a_1 q^2)^2 = 8$,

$\therefore a_1 \cdot a_7 = a_1 \cdot a_1 q^6 = (a_1 q^2)^2 \cdot q^2 = 8 \times 4 = 32$.

9.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴.

【应试指导】 由题意知抛物线的对称轴为 $x = -2$,

$\therefore -\dfrac{-m}{2\times 2} = -2$,

$\therefore m = -8$,

$\therefore f(x) = 2x^2 + 8x + 3$,

$\therefore f(1) = 2\times 1 + 8\times 1 + 3 = 13$.

10.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的方程.

【应试指导】 设圆心坐标为 $C(a,b)$,$\because$ 圆心在直线 $x + y - 2 = 0$ 上,

$\therefore a + b - 2 = 0$,(1)

又 $\because$ 圆上 $A(1,-1)$,$B(-1,1)$ 两点到圆心的距离都等于圆的半径,

$\therefore |AC|^2 = |BC|^2$,

$\therefore (a-1)^2 + (b+1)^2 = (a+1)^2 + (b-1)^2$,

整理得 $a = b$,代入(1)得 $a = b = 1$,圆的半径 $r = 2$,

$\therefore$ 圆的方程为 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$.

11.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的方程.

【应试指导】 $\because$ 双曲线的中心在原点且两条渐近线互相垂直,

$\therefore$ 两渐近线的方程为 $y = \pm x$,所以 $a = b$,故双曲线是等轴双曲线,

$\because$ 设双曲线方程为 $x^2 - y^2 = a^2$,又 $\because$ 双曲线过 $(-2,0)$ 点,$\therefore a^2 = 4$,

双曲线方程为 $x^2 - y^2 = 4$.

12.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的解析式.

【应试指导】 $\because f(x-2) = x^2 - 2x$,

$\therefore$ 令 $x - 2 = t, \therefore x = t + 2$,

$\therefore f(t) = (t+2)^2 - 2(t+2) = t^2 + 2t$,

$\therefore f(x+2) = (x+2)^2 + 2(x+2) = x^2 + 6x + 8$.

13.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的极值.

【应试指导】 用导数来求函数的最值.

$\because y = x^3 + 3x^2 - 1, \therefore y' = 3x^2 + 6x$,

令 $y' = 0$ 得 $3x^2 + 6x = 0, \therefore x_1 = 0, x_2 = -2$,

当 $x < -2$ 时,$y' = 3x(x+2) > 0$,

当 $-2 < x < 0$ 时,$y' < 0$,$\therefore$ 函数在 $x = -2$ 处有极大值 3.

当 $x > 0$ 时 $y' > 0$,$\therefore$ 函数在 $x = 0$ 处有极小值 -1.

14.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等可能事件的概率.

【应试指导】 由已知条件可知本题是等可能事件.三人在 3 天中值班一天的排法共有 $n = P_3^3 = 6$,甲排在乙前的排法共有 $m = 3$ 种,

$\therefore$ 甲排在乙之前的概率为 $\dfrac{m}{n} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为奇函数的性质.

【应试指导】 $\because f(x) = (a^2 - 1)x^2 + x$ 是奇函数,

$\therefore a^2 - 1 = 0, a^2 = 1, a = \pm 1$.

16.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的运算.

【应试指导】 由题意得

$2\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$

$\Rightarrow 2(\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OM}) = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OP}$

$\Rightarrow 3\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON}$

$\Rightarrow \overrightarrow{OP} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{OM} + \dfrac{1}{3}\overrightarrow{ON}$

$= \dfrac{2}{3}(-2,5) + \dfrac{1}{3}(4,2)$

$= (0,4)$.

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列数.

【应试指导】 由已知条件可知本题属于排列问题.5 人站成一排,甲、乙两人必须排在两端,第一步先排甲、乙两人,在两端位置上甲、乙两人的排法有 P_2^2 种,其余 3 人在中间三个位置上共有 P_3^3 种排法,由分步计数原理得甲、乙两人必须站在两端的排法共有 $P_2^2 \cdot P_3^3 = 2\times 1\times 3\times 2\times 1 = 12$(种).

二、填空题

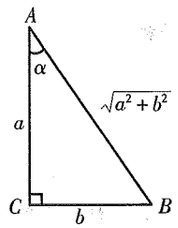
18.【答案】 $[-5,5]$,6π

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的值域与周期.

【应试指导】 $y = 3\sin\dfrac{x}{3} + 4\cos\dfrac{x}{3} = 5\sin\left(\dfrac{x}{3} + \alpha\right)$,

$\therefore$ 当 $\sin\left(\dfrac{x}{3} + \alpha\right) = 1$ 时取最大值,$y_{\max} = 5$,

当 $\sin\left(\frac{x}{3}+\alpha\right)=-1$ 时取最小值，$y_{\min}=-5$，故函数值域为$[-5,5]$，周期 $T=\frac{2\pi}{\frac{1}{3}}=6\pi$.



（18 题答案图）

［注］此题属于 $y=a\sin x+b\cos x$ 类型题，

$$y=\sqrt{a^2+b^2}(\sin x\cos\alpha+\cos x\sin\alpha)$$
$$=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\alpha),$$

其中 $\cos\alpha=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$，$\sin\alpha=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

19.【答案】 -1

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的变换.

【应试指导】 $\because 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$\therefore 0<\frac{\alpha}{2}<\frac{\pi}{4}$，$\therefore \cos\frac{\alpha}{2}>\sin\frac{\alpha}{2}$，

$$\therefore \frac{\sqrt{1-\sin\alpha}}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{\sin^2\frac{\alpha}{2}+\cos^2\frac{\alpha}{2}-2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)^2}}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}$$
$$=\frac{\left|\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right|}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}$$
$$=\frac{-\left(\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}-\cos\frac{\alpha}{2}}$$
$$=-1.$$

20.【答案】 0.33

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等可能事件的概率.

【应试指导】 随机试验包含的基本事件总数为 100，且每个数能被取到的机会均等，即属于等可能事件，能被 3 整除的自然数的个数为 33，故所求概率为 $\frac{33}{100}=0.33$.

21.【答案】 $[-1,+\infty)$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 要使函数 $y=\sqrt{2^x-\frac{1}{2}}$ 有意义须使 $2^x-\frac{1}{2}\geqslant 0\Rightarrow 2^x\geqslant 2^{-1}\Rightarrow x\geqslant -1$.

三、解答题

22. 由题意得

$$\begin{cases}\tan\alpha+\tan\beta=\frac{2m-3}{m} & (1)\\ \tan\alpha\tan\beta=\frac{m-2}{m} & (2),\\ \Delta=(2m-3)^2-4m(m-2)\geqslant 0 \text{ 且 } m\neq 0 & (3)\end{cases}$$

由(1)，(2) 得 $\tan(\alpha+\beta)=m-\frac{3}{2}$，

由(3) 得 $m\leqslant\frac{9}{4}$ 且 $m\neq 0$，

$\therefore \tan(\alpha+\beta)$ 的取值范围是 $(-\infty,-\frac{3}{2})\cup(-\frac{3}{2},\frac{3}{4})$.

23. 设涨价 x 元，利润为 y，则

$$y=(60+x)(300-10x)-40(300-10x)$$
$$=(20+x)(300-10x)=6000+100x-10x^2,$$

$y'=100-20x$，令 $y'=0$，得 $x=5$，

当 $0<x<5$ 时，$y'>0$，当 $x>5$ 时，$y'<0$，

$\therefore$ 当 $x=5$ 时 y 取极大值，并且这个极大值就是最大值，

故每件 65 元时，利润最大.

24. 由于双曲线的右焦点在直线 $3x-4y-15=0$ 上，令 $y=0$，得 $x=5$，

于是双曲线的右焦点为$(5,0)$，$\therefore$ 半焦距 $c=5$，$\therefore a^2+b^2=25$， (1)

设 M 点坐标为(x_1,y_1)，则有 $\begin{cases}x_1^2+y_1^2=25\\ 3x_1-4y_1=15\end{cases}$，

解之得 $\begin{cases}x_1=-\frac{7}{5}\\ y_1=-\frac{24}{5}\end{cases}$，

$\because M$ 点在椭圆上，

$\therefore \frac{(-\frac{7}{5})^2}{a^2}-\frac{(-\frac{24}{5})^2}{b^2}=1$， (2)

由(1)，(2) 解得 $a^2=1,b^2=24$ 或 $a^2=49,b^2=-24$（舍去），

$\therefore a^2=1,b^2=24$，

$\therefore a=1$，故双曲线的离心率 $e=\frac{c}{a}=5$.

25.（Ⅰ）当 $n=1$ 时，由 $S_n=-2n^2-n$ 得 $a_1=S_1=-3$，当 $n\geqslant 2$ 时，

$$a_n=S_n-S_{n-1}$$
$$=(-2n^2-n)-[-2(n-1)^2-(n-1)]$$
$$=1-4n,$$

$\therefore n=1$ 时，$a_1=-3$ 也满足上式，故 $a_n=1-4n\quad(n\geqslant 1)$.

（Ⅱ）由于数列$\{a_n\}$是首项为 $a_1=-3$，公差为 $d=-4$ 的等差数列，所以 $a_1,a_3,a_5,\cdots,a_{25}$ 是首项为 $a_1=-3$，公差为 $d=-8$，项数为 13 的等差数列，于是由等差数列前 n 项和公式得

$$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{25}=13\times(-3)+\frac{13\times 12\times(-8)}{2}=-663.$$