绝密★启用前

2020 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数 学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第Ⅰ卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 不等式 $|x-2|<1$ 的解集是 【 】

A. $\{x|-1<x<3\}$　　B. $\{x|-2<x<1\}$

C. $\{x|-3<x<1\}$　　D. $\{x|1<x<3\}$

2. 下列函数中,在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 为减函数的是 【 】

A. $y=\ln(3x+1)$　　B. $y=x+1$

C. $y=5\sin x$　　D. $y=4-2x$

3. 函数 $y=\log_2(x+1)$ 的定义域是 【 】

A. $(2,+\infty)$　　B. $(-2,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)$　　D. $(-1,+\infty)$

4. 直线 $x-y-3=0$ 与 $x-y+3=0$ 之间的距离为 【 】

A. $2\sqrt{2}$　　B. $6\sqrt{2}$

C. $3\sqrt{2}$　　D. 6

5. 设集合 $M=\{-2,-1,0,1,2\}$,$N=\{x|x\leqslant 2\}$,则 $M\cap N=$ 【 】

A. $\{-1,0,1\}$　　B. $\{-2,-1,0,1,2\}$

C. $\{x|0<x\leqslant 2\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

6. 已知点 $A(1,0)$,$B(-1,1)$,若直线 $kx-y-1=0$ 与直线 AB 平行,则 $k=$ 【 】

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. -1　　D. 1

7. 已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,t)$,$\overrightarrow{BC}=(-1,1)$,$\overrightarrow{AC}=(0,2)$,则 $t=$ 【 】

A. -1　　B. 2

C. -2　　D. 1

8. 已知双曲线 $\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{4}=1$ 的离心率为 3,则 $m=$ 【 】

A. 4　　B. 1

C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

9. 函数 $y=\sin(x+3)+\sin(x-3)$ 的最大值为 【 】

A. $-2\sin 3$　　B. $2\sin 3$

C. $-2\cos 3$　　D. $2\cos 3$

10. 已知 $a>b>1$,则 【 】

A. $\log_2 a>\log_2 b$　　B. $\log_2\frac{1}{a}>\log_2\frac{1}{b}$

C. $\frac{1}{\log_2 a}>\frac{1}{\log_2 b}$　　D. $\log_{\frac{1}{2}}a>\log_{\frac{1}{2}}b$

11. 已知 $\cos x=\frac{3}{5}$,且 x 为第一象限角,则 $\sin 2x=$ 【 】

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{24}{25}$

C. $\frac{18}{25}$　　D. $\frac{12}{25}$

12. 曲线 $y=\sin(x+2)$ 的一条对称轴的方程是 【 】

A. $x=\frac{\pi}{2}$　　B. $x=\pi$

C. $x=\frac{\pi}{2}+2$　　D. $x=\frac{\pi}{2}-2$

13. 若 $p:x=1$;$q:x^2-1=0$,则 【 】

A. p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件

B. p 是 q 的充要条件

C. p 是 q 的必要条件但不是充分条件

D. p 是 q 的充分条件但不是必要条件

14. 已知点 $A(1,-3)$,$B(0,-3)$,$C(2,2)$,则 $\triangle ABC$ 的面积为 【 】

A. 2　　B. 3

C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{5}{2}$

15. 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个,则这 3 个球中有黑球的不同取法共有 【 】

A. 3 种　　B. 4 种

C. 2 种　　D. 6 种

16. 下列函数中,最小正周期为 π 的函数是 【 】

A. $y=\sin x+\sin x^2$　　B. $y=\sin 2x$

C. $y=\cos x$　　D. $y=\sin\frac{x}{2}+1$

17. 下列函数中,为偶函数的是 【 】

A. $y=e^x+x$　　B. $y=x^2$

C. $y=x^3+1$　　D. $y=\ln(2x+1)$

密 封 线 内 不 要 答 题

科类________ 考号________ 姓名________

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 的图像经过点 $(-1,0)$，$(3,0)$，则 $f(x)$ 的最小值为________.

19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6，各次是否投中相互独立，则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是________.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{3^n}{2}$，则 $a_3=$________.

21. 已知曲线 $y=\ln x+a$ 在点 $(1,a)$ 处的切线过点 $(2,-1)$，则 $a=$________.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$A=30°$，$AB=\sqrt{3}$，$BC=1$.

（Ⅰ）求 C；

（Ⅱ）求 $\triangle ABC$ 的面积.

23.（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=x^3+x-1$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求出一个区间 (a,b)，使得 $f(x)$ 在区间 (a,b) 存在零点，且 $b-a<0.5$.

24.（本小题满分 12 分）

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，且 $a_2=-2$，$a_4=-1$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

25.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 E 的中心在坐标原点 O，焦点在 x 轴上，长轴长为 8，焦距为 $2\sqrt{7}$.

（Ⅰ）求 E 的标准方程；

（Ⅱ）若以 O 为圆心的圆与 E 交于四点，且这四点为一个正方形的四个顶点，求该圆的半径.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-2|<1 \Rightarrow -1<x-2<1 \Rightarrow 1<x<3$,故不等式的解集为$\{x \mid 1<x<3\}$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A、B选项在其定义域上为增函数,选项C在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上为增函数,只有D选项在实数域上为减函数.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 由对数函数的性质可知 $x+1>0 \Rightarrow x>-1$,故函数的定义域为$(-1,+\infty)$.

4.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线间的距离.

【应试指导】 由题可知,两直线平行,故两直线的距离即为其中一条直线上一点到另一条直线的距离.取直线 $x-y-3=0$ 上一点$(4,1)$,点$(4,1)$到直线 $x-y+3=0$ 的距离为 $d=\frac{4-1+3}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由于 $M \subseteq N$,故 $M \cap N = M = \{-2,-1,0,1,2\}$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】 两直线平行则其斜率相等,$k_{AB}=\frac{1-0}{-1-1}=-\frac{1}{2}$,而直线 $kx-y-1=0$ 的斜率为 k,故 $k=-\frac{1}{2}$.

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的运算.

【应试指导】 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1,t)+(-1,1)=(0,2)$,故有 $t+1=2 \Rightarrow t=1$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线.

【应试指导】 由题知,$a^2=m$,$b^2=4$,$c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{m+4}$,其离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{m+4}}{\sqrt{m}}=3$,故 $m=\frac{1}{2}$.

9.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的运算.

【应试指导】 $y=\sin x\cos 3+\cos x\sin 3+\sin x\cos 3-\cos x\sin 3=2\sin x\cos 3$,$\sin x$ 的最大值为1,故原函数的最大值为 $2\cos 3$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 函数 $y=\log_2 x$ 在$(0,+\infty)$上为增函数,由于 $a>b>1$,故有$\log_2 a>\log_2 b$.

11.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数.

【应试指导】 由于 x 为第一象限角,故 $\sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$,因此 $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 $y=\sin(x+2)$ 是函数 $y=\sin x$ 向左平移2个单位得到的,故其对称轴也向左平移2个单位,$x=\frac{\pi}{2}$ 是函数 $y=\sin x$ 的一个对称轴,因此 $x=\frac{\pi}{2}-2$ 是 $y=\sin(x+2)$ 的一条对称轴.

13.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $x=1 \Rightarrow x^2-1=0$,而 $x^2-1=0 \Rightarrow x=1$ 或 $x=-1$,故 p 是 q 的充分但不必要条件.

14.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】 易知 $AB=1$,点 C 到 AB 边的距离为 $2+3=5$,故 AB 边的高为5,因此三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times 1\times 5=\frac{5}{2}$.

15.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件.

【应试指导】 3个球中有黑球的取法有 $C_1^1 \cdot C_3^2=3$ 种.

16.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 B项中,函数的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 A、C、D项为非奇非偶函数,B项为偶函数.

二、填空题

18.【答案】 -4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的性质.

【应试指导】 由于函数开口向上,故其在对称轴处取得最小值,又函数过点$(-1,0)$,$(3,0)$,故其对称轴为 $x=\frac{-1+3}{2}=1$, $f_{\min}(1)=1+b+c$,而 $f(-1)=1-b+c=0$, $f(3)=9+3b+c=0$,得 $b=-2$, $c=-3$,故 $f_{\min}(1)=1-2-3=-4$.

19.【答案】 0.432

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 投篮 3 次恰有 2 次投中的概率为 $C_3^2\cdot 0.6^2\cdot 0.4=0.432$.

20.【答案】 9

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】 由题知 $S_n=\frac{3^n}{2}$,故有 $a_1=\frac{3}{2}$, $a_2=S_2-a_1=\frac{3^2}{2}-\frac{3}{2}=3$, $a_3=S_3-a_2-a_1=\frac{3^3}{2}-3-\frac{3}{2}=9$.

21.【答案】 -2

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的切线.

【应试指导】 $y'=\frac{1}{x}$,故曲线在点$(1,a)$处的切线的斜率为 $y'\big|_{x=1}=\frac{1}{x}\Big|_{x=1}=1$,因此切线方程为 $y-a=x-1$,即 $y=x-1+a$. 又切线过点$(2,-1)$,因此有 $-1=2-1+a$,故 $a=-2$.

三、解答题

22.(Ⅰ)由正弦定理得$\frac{BC}{\sin A}=\frac{AB}{\sin C}$,

即$\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sin C}$,解得 $\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

故 $C=60^\circ$ 或 120°.

(Ⅱ)由余弦定理得 $\cos A=\frac{AB^2+AC^2-BC^2}{2AB\cdot AC}=\frac{3+AC^2-1}{2\sqrt{3}AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得 $AC=1$ 或 $AC=2$.

当 $AC=1$ 时,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 1\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

当 $AC=2$ 时,$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin A$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

23.(Ⅰ)$f'(x)=3x^2+1>0$,

故函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,故其单调区间为 $\mathbf{R}$.

(Ⅱ)令 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{4}$,则有

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}-1<0$, $f\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{27}{64}+\frac{3}{4}-1>0$,

又由于函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,故其在$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right)$内存在零点,

且 $b-a=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}<0.5$(答案不唯一).

24.(Ⅰ)由题可知

$a_4=a_2+2d=-2+2d=-1$,

可得 $d=\frac{1}{2}$.

故 $a_n=a_2+(n-2)d$

$=-2+(n-2)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{n}{2}-3$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)可知 $a_1=\frac{1}{2}\times 1-3=-\frac{5}{2}$,

故 $S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}$

$=\frac{n\left(-\frac{5}{2}+\frac{n}{2}-3\right)}{2}$

$=\frac{1}{4}n(n-11)$.

25.(Ⅰ)由题知 $2a=8$, $2c=2\sqrt{7}$,

故 $a=4$, $c=\sqrt{7}$, $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{16-7}=3$,

因此椭圆方程为$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

(Ⅱ)设圆的方程为 $x^2+y^2=R^2$,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点,设其在第一象限的交点为 A,

则有 $OA=R$, A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

可求得 A 点的坐标为$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R,\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$,

而 A 点也在椭圆上,故有$\frac{\frac{R^2}{2}}{16}+\frac{\frac{R^2}{2}}{9}=1$,

解得 $R=\frac{12\sqrt{2}}{5}$.