

2019 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题, 共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题, 每小题 5 分, 共 85 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $M = \{3, 4\}$, 则 $\complement_U M =$

- A. $\{2, 3\}$ B. $\{2, 4\}$
C. $\{1, 2\}$ D. $\{1, 4\}$

2. 函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期为

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{4}$
C. π D. 2π

3. 设甲: $b = 0$;乙: 函数 $y = kx + b$ 的图像经过坐标原点, 则

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲是乙的充要条件
C. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

4. 已知 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$
C. 3 D. $\frac{1}{3}$

5. 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域是

- A. $\{x \mid x \geq -1\}$ B. $\{x \mid x \leq 1\}$
C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$ D. $\{x \mid x \leq -1\}$

6. 设 $0 < x < 1$, 则

- A. $\log_2 x > 0$ B. $0 < 2^x < 1$
C. $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$ D. $1 < 2^x < 2$

7. 不等式 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2}$ 的解集为

- A. $\{x \mid x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$ B. $\{x \mid -1 < x < 0\}$
C. $\{x \mid x > -1\}$ D. $\{x \mid x < 0\}$

8. 甲、乙、丙、丁 4 人排成一行, 其中甲、乙必须排在两端, 则不同的排法共有

- A. 4 种 B. 2 种
C. 8 种 D. 24 种

9. 若向量 $a = (1, 1)$, $b = (1, -1)$, 则 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b =$

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$
C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

10. $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 =$

- A. 2 B. 4
C. 3 D. 5

11. 函数 $y = x^2 - 4x - 5$ 的图像与 x 轴交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$

- A. 3 B. 4
C. 6 D. 5

12. 下列函数中, 为奇函数的是

- A. $y = -\frac{2}{x}$ B. $y = -2x + 3$
C. $y = x^2 - 3$ D. $y = 3\cos x$

13. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点坐标是

- A. $(0, -\sqrt{7}), (0, \sqrt{7})$ B. $(-\sqrt{7}, 0), (\sqrt{7}, 0)$
C. $(0, -5), (0, 5)$ D. $(-5, 0), (5, 0)$

14. 若直线 $mx + y - 1 = 0$ 与直线 $4x + 2y + 1 = 0$ 平行, 则 $m =$

- A. -1 B. 0
C. 2 D. 1

15. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_4 a_5 = 6$, 则 $a_2 a_3 a_6 a_7 =$

- A. 12 B. 36
C. 24 D. 72

16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(2x) = 4x + 1$, 则 $f(1) =$

- A. 9 B. 5
C. 7 D. 3

17. 甲、乙各自独立地射击一次, 已知甲射中 10 环的概率为 0.9, 乙射中 10 环的概率为 0.5, 则甲、乙都射中 10 环的概率为

- A. 0.2 B. 0.45
C. 0.25 D. 0.75

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的离心率为_____.
19. 函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 在 $x = 1$ 处的导数为_____.
20. 设函数 $f(x) = x + b$, 且 $f(2) = 3$, 则 $f(3) =$ _____.
21. 从一批相同型号的钢管中抽取 5 根, 测其内径, 得到如下样本数据 (单位: mm):
110.8, 109.4, 111.2, 109.5, 109.1,
则该样本的方差为_____ mm^2 .

得 分	评卷人

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)
已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_3 = a_5 + 1$.
(I) 求 $\{a_n\}$ 的公差 d ;
(II) 若 $a_1 = 2$, 求 $\{a_n\}$ 的前 20 项和 S_{20} .

23. (本小题满分 12 分)
在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 75^\circ, \cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
(I) 求 $\cos A$;
(II) 若 $BC = 3$, 求 AB .

24. (本小题满分 12 分)
在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\odot M$ 的方程为 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 = 0$, $\odot O$ 经过点 M .
(I) 求 $\odot O$ 的方程;
(II) 证明: 直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M, \odot O$ 都相切.

25. (本小题满分 13 分)
已知函数 $f(x) = 2x^3 - 12x + 1$, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】C

【考情点拨】 本题考查了补集的知识点.

【应试指导】 $C_U M = U - M = \{1, 2\}$.

2.【答案】A

【考情点拨】 本题考查了三角函数的最小正周期的知识点.

【应试指导】 函数 $y = \cos 4x$ 的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$.

3.【答案】B

【考情点拨】 本题考查了简易逻辑的知识点.

【应试指导】 易知 $b=0 \Rightarrow y=kx+b$ 经过坐标原点, 而 $y=kx+b$ 经过坐标原点 $\Rightarrow b=0$, 因此甲是乙的充要条件.

4.【答案】C

【考情点拨】 本题考查了两角和的三角函数的知识点.

【应试指导】 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan\alpha + \tan\frac{\pi}{4}}{1 - \tan\alpha \tan\frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2} \times 1} = 3$.

5.【答案】C

【考情点拨】 本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】 当 $1-x^2 \geq 0$ 时, 函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 有意义, 所以函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$.

6.【答案】D

【考情点拨】 本题考查了指数函数与对数函数的知识点.

【应试指导】 当 $0 < x < 1$ 时, $1 < 2^x < 2, \log_2 x < 0, \log_{\frac{1}{2}} x > 0$.

7.【答案】A

【考情点拨】 本题考查了绝对值不等式的知识点.

【应试指导】 $\left|x + \frac{1}{2}\right| > \frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} > \frac{1}{2}$ 或 $x + \frac{1}{2} < -\frac{1}{2}$, 即 $x > 0$ 或 $x < -1$, 故绝对值不等式的解集为 $\{x | x > 0 \text{ 或 } x < -1\}$.

8.【答案】A

【考情点拨】 本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】 甲乙必须排在两端的排法有 $C_2^1 \cdot A_3^2 = 4$ 种.

9.【答案】B

【考情点拨】 本题考查了向量的运算的知识点.

【应试指导】 $\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}b = \frac{1}{2}(1, 1) - \frac{3}{2}(1, -1) = (-1, 2)$.

10.【答案】D

【考情点拨】 本题考查了指数函数与对数函数运算的知识点.

【应试指导】 $\log_3 1 + 16^{\frac{1}{2}} + (-2)^0 = 0 + 4 + 1 = 5$.

11.【答案】C

【考情点拨】 本题考查了两点间距离的知识点.

【应试指导】 令 $y = x^2 - 4x - 5 = 0$, 解得 $x = -1$ 或 $x = 5$, 故 A, B 两点间的距离为 $|AB| = 6$.

12.【答案】A

【考情点拨】 本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】 对于 A 选项, $f(-x) = -\frac{2}{-x} = \frac{2}{x} = -f(x)$, 故 $f(x) = -\frac{2}{x}$ 是奇函数.

13.【答案】D

【考情点拨】 本题考查了双曲线的知识点.

【应试指导】 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的焦点在 x 轴上, 易知 $a^2 = 9, b^2 = 16$, 故 $c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$, 因此焦点坐标为 $(-5, 0), (5, 0)$.

14.【答案】C

【考情点拨】 本题考查了直线的位置关系的知识点.

【应试指导】 两直线平行斜率相等, 故有 $-m = -2$, 即 $m = 2$.

15.【答案】B

【考情点拨】 本题考查了等比数列的知识点.

【应试指导】 $a_2 a_3 a_6 a_7 = a_2 a_7 \cdot a_3 a_6 = (a_4 a_5)^2 = 36$.

16.【答案】D

【考情点拨】 本题考查了函数的定义域的知识点.

【应试指导】 $f(1) = f\left(2 \times \frac{1}{2}\right) = 4 \times \frac{1}{2} + 1 = 3$.

17.【答案】B

【考情点拨】 本题考查了独立事件同时发生的概率的知识点.

【应试指导】 甲乙都射中 10 环的概率 $P = 0.9 \times 0.5 = 0.45$.

二、填空题

18.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题考查了椭圆的知识点.

【应试指导】 由题可知, $a = 2, b = 1$, 故 $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$, 离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

19.【答案】0

【考情点拨】 本题考查了导数的知识点.

【应试指导】 $f'(x) = (x^2 - 2x + 1)' = 2x - 2$, 故 $f'(1) = 2 \times 1 - 2 = 0$.

20.【答案】4

【考情点拨】 本题考查了一元一次函数的知识点.

【应试指导】由题可知 $f(2) = 2 + b = 3$, 得 $b = 1$, 故 $f(3) = 3 + b = 3 + 1 = 4$.

21.【答案】0.7

【考情点拨】本题考查了样本方差的知识.

【应试指导】样本平均值 $\bar{x} = \frac{110.8 + 109.4 + 111.2 + 109.5 + 109.1}{5} = 110$, 故样本方差 $S^2 = \frac{(110.8 - 110)^2 + (109.4 - 110)^2 + (111.2 - 110)^2 + (109.5 - 110)^2 + (109.1 - 110)^2}{5} = 0.7$.

三、解答题

22. (I) 设公差为 d , 易知 $a_5 = a_3 + 2d$,

$$\text{故 } a_5 = a_3 + 2d = a_3 - 1,$$

$$\text{因此有 } d = -\frac{1}{2}.$$

(II) 由前 n 项和公式可得

$$\begin{aligned} S_{20} &= 20a_1 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times d \\ &= 20 \times 2 + \frac{20 \times (20-1)}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ &= -55. \end{aligned}$$

23. (I) 由 $\cos C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 得 $C = 45^\circ$

$$\text{故 } A = 180^\circ - 75^\circ - 45^\circ$$

$$= 60^\circ,$$

$$\text{因此 } \cos A = \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2}.$$

(II) 由正弦定理 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$,

$$\text{故 } AB = \frac{BC \sin C}{\sin A}$$

$$= \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$= \sqrt{6}.$$

24. (I) $\odot M$ 可化为标准方程 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = (2\sqrt{2})^2$,

其圆心 M 点的坐标为 $(1, -1)$, 半径为 $r_1 = 2\sqrt{2}$,

$\odot O$ 的圆心为坐标原点,

可设其标准方程为 $x^2 + y^2 = r_2^2$,

$\odot O$ 过 M 点, 故有 $r_2 = \sqrt{2}$,

因此 $\odot O$ 的标准方程为 $x^2 + y^2 = 2$.

(II) 点 M 到直线的距离 $d_1 = \frac{|1+1+2|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$,

点 O 到直线的距离 $d_2 = \frac{|0+0+2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$,

故 $\odot M$ 和 $\odot O$ 的圆心到直线 $x - y + 2 = 0$ 的距离均等于其半径,

即直线 $x - y + 2 = 0$ 与 $\odot M$ 和 $\odot O$ 都相切.

25. $f'(x) = 6x^2 - 12$, 令 $f'(x) = 0$,

$$\text{可得 } x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2},$$

当 $x < -\sqrt{2}$ 或 $x > \sqrt{2}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ 时, $f'(x) < 0$;

故 $f(x)$ 的单调增区间是 $(-\infty, -\sqrt{2}]$, $(\sqrt{2}, +\infty)$,

单调减区间是 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

当 $x = -\sqrt{2}$ 时, 函数取得极大值 $f(-\sqrt{2}) = 8\sqrt{2} + 1$;

当 $x = \sqrt{2}$ 时, 函数取得极小值 $f(\sqrt{2}) = -8\sqrt{2} + 1$.