密封线内不要答题

姓名________ 考号________ 科类________

绝密★启用前

2019年成人高等学校招生全国统一考试专升本

高等数学(一)

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分150分.考试时间150分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共40分)

得　分	评卷人

一、选择题(1～10小题,每小题4分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 当 $x\to 0$ 时,$x+x^2+x^3+x^4$ 为 x 的　【　】

A. 等价无穷小　　B. 2阶无穷小

C. 3阶无穷小　　D. 4阶无穷小

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x=$　【　】

A. $-e^2$　　B. $-e$

C. e　　D. e^2

3. 设函数 $y=\cos 2x$,则 $y'=$　【　】

A. $2\sin 2x$　　B. $-2\sin 2x$

C. $\sin 2x$　　D. $-\sin 2x$

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续,在 (a,b) 可导,$f'(x)>0$,$f(a)f(b)<0$,则 $f(x)$ 在 (a,b) 内零点的个数为　【　】

A. 3　　B. 2

C. 1　　D. 0

5. 设 $2x$ 为 $f(x)$ 的一个原函数,则 $f(x)=$　【　】

A. 0　　B. 2

C. x^2　　D. x^2+C

6. 设函数 $f(x)=\arctan x$,则 $\int f'(x)\mathrm{d}x=$　【　】

A. $-\arctan x+C$　　B. $-\dfrac{1}{1+x^2}+C$

C. $\arctan x+C$　　D. $\dfrac{1}{1+x^2}+C$

7. 设 $I_1=\int_0^1 x^2\mathrm{d}x$,$I_2=\int_0^1 x^3\mathrm{d}x$,$I_3=\int_0^1 x^4\mathrm{d}x$,则　【　】

A. $I_1>I_2>I_3$　　B. $I_2>I_3>I_1$

C. $I_3>I_2>I_1$　　D. $I_1>I_3>I_2$

8. 设函数 $z=x^2e^y$,则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,0)}=$　【　】

A. 0　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

9. 平面 $x+2y-3z+4=0$ 的一个法向量为　【　】

A. $\{1,-3,4\}$　　B. $\{1,2,4\}$

C. $\{1,2,-3\}$　　D. $\{2,-3,4\}$

10. 微分方程 $yy'+(y')^3+y^4=x$ 的阶数为　【　】

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

第Ⅱ卷(非选择题,共110分)

得　分	评卷人

二、填空题(11～20小题,每小题4分,共40分)

11. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\tan 2x}{x}=$________.

12. 若函数 $f(x)=\begin{cases}5x, & x<0,\\ a, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续,则 $a=$________.

13. 设函数 $y=e^{2x}$,则 $\mathrm{d}y=$________.

14. 函数 $f(x)=x^3-12x$ 的极小值点 $x=$________.

15. $\int\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x=$________.

16. $\int_{-1}^{1} x\tan^2 x\,\mathrm{d}x =$ ________.

17. 设函数 $z = x^3 + y^2$，$\mathrm{d}z =$ ________.

18. 设函数 $z = x\arcsin y$，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ ________.

19. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ 的收敛半径为________.

20. 微分方程 $y' = 2x$ 的通解 $y =$ ________.

得　分	评卷人

三、解答题(21～28 题，共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21.（本题满分 8 分）

若 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x + 2kx}{x} = 2$，求 k.

22.（本题满分 8 分）

设函数 $y = \sin(2x - 1)$，求 y'.

23.（本题满分 8 分）

设函数 $y = x\ln x$，求 y''.

24.（本题满分 8 分）

计算 $\int (x^{\frac{1}{3}} + \mathrm{e}^x)\mathrm{d}x$.

密　封　线　内　不　要　答　题

25.(本题满分 8 分)

设函数 $z=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$,求 $x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}$.

26.(本题满分 10 分)

设 D 是由曲线 $x=1-y^2$ 与 x 轴、y 轴,在第一象限围成的有界区域.求:

(1)D 的面积 S;

(2)D 绕 x 轴旋转所得旋转体的体积 V.

27.(本题满分 10 分)

求微分方程 $y''-5y'-6y=0$ 的通解.

28.(本题满分 10 分)

计算 $\iint\limits_D (x^2+y^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 是由曲线 $x^2+y^2=1$,$y=x$,x 轴在第一象限围成的有界区域.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了等价无穷小的知识点.

【应试指导】 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x+x^2+x^3+x^4}{x}=\lim\limits_{x\to 0}(1+x+x^2+x^3)=1$,故 $x+x^2+x^3+x^4$ 是 x 的等价无穷小.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了两个重要极限的知识点.

【应试指导】 $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^x=\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^{\frac{x}{2}\cdot 2}=[\lim\limits_{x\to\infty}(1+\frac{2}{x})^{\frac{x}{2}}]^2=\mathrm{e}^2$.

3.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了复合函数的导数的知识点.

【应试指导】 $y'=(\cos 2x)'=-\sin 2x\cdot(2x)'=-2\sin 2x$.

4.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了零点存在定理的知识点.

【应试指导】 由零点存在定理可知,$f(x)$ 在 (a,b) 上必有零点,且函数是单调函数,故其在 (a,b) 上只有一个零点.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了函数的原函数的知识点.

【应试指导】 由题可知 $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$,故 $f(x)=(\int f(x)\mathrm{d}x)'=(2x+C)'=2$.

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了不定积分的性质的知识点.

【应试指导】 $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C=\arctan x+C$.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 在区间 $(0,1)$ 内,有 $x^2>x^3>x^4$,由积分的性质可知 $\int_0^1 x^2\mathrm{d}x>\int_0^1 x^3\mathrm{d}x>\int_0^1 x^4\mathrm{d}x$,即 $I_1>I_2>I_3$.

8.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】 $\frac{\partial z}{\partial x}=2xe^{y}$，故 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,0)}=2\times1\times1=2$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了平面的法向量的知识点.

【应试指导】 平面的法向量即平面方程的系数$\{1,2,-3\}$.

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了微分方程的阶的知识点.

【应试指导】 微分方程中导数的最高阶数称为微分方程的阶，本题最高是 2 阶导数，故本题阶数为 2.

二、填空题

11.【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了等价无穷小的代换定理的知识点.

【应试指导】 $\lim\limits_{x\to0}\frac{\tan 2x}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2x}{x}=2$.

12.【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了函数的连续性的知识点.

【应试指导】 由于 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，故有 $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}5x=0=f(0)=a$.

13.【答案】 $2e^{2x}dx$

【考情点拨】 本题考查了复合函数的微分的知识点.

【应试指导】 $dy=d(e^{2x})=e^{2x}\cdot(2x)'dx=2e^{2x}dx$.

14.【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了函数的极值的知识点.

【应试指导】 $f'(x)=3x^2-12=3(x-2)(x+2)$，当 $x=2$ 或 $x=-2$ 时，$f'(x)=0$；当 $x<-2$ 时，$f'(x)>0$；当 $-2<x<2$ 时，$f'(x)<0$；当 $x>2$ 时，$f'(x)>0$，因此 $x=2$ 是极小值点.

15.【答案】 $\arcsin x+C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的计算的知识点.

【应试指导】 $\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx=\arcsin x+C$.

16.【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 被积函数 $x\tan^2x$ 在对称区间$[-1,1]$上是奇函数，故$\int_{-1}^{1}x\tan^2x\,dx=0$.

17.【答案】 $3x^2dx+2ydy$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】 $\frac{\partial z}{\partial x}=3x^2$，$\frac{\partial z}{\partial y}=2y$，所以 $dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=3x^2dx+2ydy$.

18.【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了二阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $\frac{\partial z}{\partial x}=\arcsin y$，$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=0$.

19.【答案】 1

【考情点拨】 本题考查了收敛半径的知识点.

【应试指导】 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}nx^n=\sum\limits_{n=0}^{\infty}nx^n$，设 $a_n=n$，则有 $\rho=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})=1$，故其收敛半径为 $R=\frac{1}{\rho}=1$.

20.【答案】 x^2+C

【考情点拨】 本题考查了可分离变量的微分方程的通解的知识点.

【应试指导】 微分方程 $y'=2x$ 是可分离变量的微分方程，两边同时积分得$\int y'dx=\int 2x\,dx\Rightarrow y=x^2+C$.

三、解答题

21. $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x+2kx}{x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x}{x}+2k=1+2k=2$，

故 $k=\frac{1}{2}$.

22. $y'=[\sin(2x-1)]'$

$=\cos(2x-1)\cdot(2x-1)'$

$=2\cos(2x-1)$.

23. $y'=(x)'\ln x+x(\ln x)'$

$=\ln x+1$，

故 $y''=(\ln x)'=\frac{1}{x}$.

24. $\int(x^{\frac{1}{3}}+e^x)dx=\int x^{\frac{1}{3}}dx+\int e^x dx$

$=\frac{1}{1+\frac{1}{3}}x^{1+\frac{1}{3}}+e^x+C$

$=\frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}}+e^x+C$.

25. $\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{1}{x^2}$，$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{1}{y^2}$，故

$x^2\frac{\partial z}{\partial x}+y^2\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{1}{x^2}\cdot x^2+y^2\cdot\frac{1}{y^2}$

$=-1+1=0$.

26. (1) 积分区域 D 可表示为：$0\leqslant y\leqslant1,0\leqslant x\leqslant1-y^2$，

$S=\int_0^1(1-y^2)dy$

$=\left.\left(y-\frac{1}{3}y^3\right)\right|_0^1$

$=\frac{2}{3}$.

(2) $V=\int_0^1\pi y^2dx$

$=\pi\int_0^1(1-x)dx$

$=\frac{\pi}{2}$.

27. 特征方程 $r^2-5r-6=0$，解得 $r_1=-1$ 或 $r_2=6$，

故微分方程的通解为 $y=C_1e^{r_1x}+C_2e^{r_2x}=C_1e^{-x}+C_2e^{6x}$($C_1$，$C_2$ 为任意常数).

28. 积分区域用极坐标可表示为：$0\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{4}$，$0\leqslant r\leqslant1$，

所以 $I=\iint\limits_D(x^2+y^2)dxdy$

$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_0^1 r^2\cdot r\,dr$

$=\left.\frac{\pi}{4}\cdot\frac{1}{4}r^4\right|_0^1$

$=\frac{\pi}{16}$.