密封线内不要答题

科类________ 考号________ 姓名________

绝密★启用前

2018年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数　学

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分。满分150分。考试时间120分钟。

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第Ⅰ卷(选择题,共85分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共17小题,每小题5分,共85分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A=\{2,4,8\}$,$B=\{2,4,6,8\}$,则 $A\cup B=$　【　】

A. $\{2,4,6,8\}$　B. $\{2,4\}$

C. $\{2,4,8\}$　D. $\{6\}$

2. 不等式 $x^2-2x<0$ 的解集为　【　】

A. $\{x\mid x<0$ 或 $x>2\}$　B. $\{x\mid -2<x<0\}$

C. $\{x\mid 0<x<2\}$　D. $\{x\mid x<-2$ 或 $x>0\}$

3. 曲线 $y=\dfrac{2}{1-x}$ 的对称中心是　【　】

A. $(-1,0)$　B. $(0,1)$

C. $(2,0)$　D. $(1,0)$

4. 下列函数中,在区间 $(0,+\infty)$ 为增函数的是　【　】

A. $y=x^{-1}$　B. $y=x^2$

C. $y=\sin x$　D. $y=3^{-x}$

5. 函数 $f(x)=\tan(2x+\frac{\pi}{3})$ 的最小正周期是　【　】

A. $\frac{\pi}{2}$　B. 2π

C. π　D. 4π

6. 下列函数中,为偶函数的是　【　】

A. $y=\sqrt{x^2+1}$　B. $y=2^{-x}$

C. $y=x^{-1}-1$　D. $y=1+x^{-3}$

7. 函数 $y=\log_2(x+2)$ 的图像向上平移1个单位后,所得图像对应的函数为　【　】

A. $y=\log_2(x+1)$　B. $y=\log_2(x+3)$

C. $y=\log_2(x+2)-1$　D. $y=\log_2(x+2)+1$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=1$,公差 $d\neq 0$,a_2,a_3,a_6 成等比数列,则 $d=$　【　】

A. 1　B. -1

C. -2　D. 2

9. 从1,2,3,4,5中任取2个不同的数,这2个数都是偶数的概率为　【　】

A. $\frac{3}{10}$　B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{10}$　D. $\frac{3}{5}$

10. 圆 $x^2+y^2+2x-6y-6=0$ 的半径为　【　】

A. $\sqrt{10}$　B. 4

C. $\sqrt{15}$　D. 16

11. 双曲线 $3x^2-4y^2=12$ 的焦距为　【　】

A. $2\sqrt{7}$　B. $2\sqrt{3}$

C. 4　D. 2

12. 已知抛物线 $y^2=6x$ 的焦点为 F,点 $A(0,-1)$,则直线 AF 的斜率为　【　】

A. $\frac{3}{2}$　B. $-\frac{3}{2}$

C. $-\frac{2}{3}$　D. $\frac{2}{3}$

13. 若1名女生和3名男生排成一排,则该女生不在两端的不同排法共有　【　】

A. 24种　B. 12种

C. 16种　D. 8种

14. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,t)$,$\boldsymbol{b}=(-1,2)$,若 $\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}$ 平行于向量 $(-2,1)$,则　【　】

A. $2t-3m+1=0$　B. $2t+3m+1=0$

C. $2t-3m-1=0$　D. $2t+3m-1=0$

15. 函数 $f(x)=2\cos(3x-\frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}]$ 的最大值是　【　】

A. 0　B. $\sqrt{3}$

C. 2　D. -1

16. 函数 $y=x^2-2x-3$ 的图像与直线 $y=x+1$ 交于 A,B 两点,则 $|AB|=$　【　】

A. $2\sqrt{13}$　B. 4

C. $\sqrt{34}$　D. $5\sqrt{2}$

17. 设甲:$y=f(x)$ 的图像有对称轴;乙:$y=f(x)$ 是偶函数,则　【　】

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 过点 $(1,-2)$ 且与直线 $3x+y-1=0$ 垂直的直线方程为________.

19. 掷一枚硬币时，正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$，掷这枚硬币 4 次，则恰有 2 次正面向上的概率是________.

20. 已知 $\sin x=-\frac{3}{5}$，且 x 为第四象限角，则 $\sin 2x=$ ________.

21. 曲线 $y=x^2-e^x+1$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程为________.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分．解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{2}{3}(4^n-1)$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 $a_k=128$，求 k.

23.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，$A=30^\circ$，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$. 求

（Ⅰ）$\sin C$；

（Ⅱ）AC.

24.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^3+x^2-5x-1$. 求

（Ⅰ）$f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）$f(x)$ 零点的个数.

25.(本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4,两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3},0)$,$F_2(\sqrt{3},0)$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 若 P 为 C 上一点,$|PF_1|-|PF_2|=2$,求 $\cos\angle F_1PF_2$.

密封线内不要答题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A\cup B=\{2,4,8\}\cup\{2,4,6,8\}=\{2,4,6,8\}$.

2.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次不等式的解集.

【应试指导】 $x^2-2x<0\Rightarrow x(x-2)<0\Rightarrow 0<x<2$,故解集为$\{x\mid 0<x<2\}$.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的平移.

【应试指导】 曲线 $y=\frac{-2}{x}$ 的对称中心是原点(0,0),而曲线 $y=\frac{2}{1-x}$ 是由曲线 $y=\frac{-2}{x}$ 向右平移 1 个单位形成的,故曲线 $y=\frac{2}{1-x}$ 的对称中心是(1,0).

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A、D 两项在$(0,+\infty)$上为减函数,C 项在$(0,+\infty)$上不是单调函数.

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的周期.

【应试指导】 最小正周期 $T=\frac{\pi}{\omega}=\frac{\pi}{2}$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 A 项,$y=f(x)=\sqrt{x^2+1}$,则$f(-x)=\sqrt{(-x)^2+1}=\sqrt{x^2+1}=f(x)$,故$y=\sqrt{x^2+1}$为偶函数.

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的平移.

【应试指导】 函数 $y=\log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后,所得图像对应的函数为 $y-1=\log_2(x-0+2)$,即 $y=\log_2(x+2)+1$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列和等比数列.

【应试指导】 $\{a_n\}$为等差数列,$a_1=1$,则 $a_2=1+d$,$a_3=1+2d$,$a_6=1+5d$.又因 a_2,a_3,a_6 成等比数列,则 $a_3^2=a_2\cdot a_6$,即$(1+2d)^2=(1+d)(1+5d)$,解得 $d=0$(舍去)或 $d=-2$,故选 C.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为概率.

【应试指导】 这 2 个数都是偶数的概率为 $P=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$.

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的方程.

【应试指导】 圆 $x^2+y^2+2x-6y-6=0$ 可化为$(x+1)^2+(y-3)^2=16$,故圆的半径为 4.

11.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的焦距.

【应试指导】 $3x^2-4y^2=12$ 可化为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$,即 $a^2=4$,$b^2=3$,则 $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{7}$,则焦距 $2c=2\sqrt{7}$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点.

【应试指导】 抛物线 $y^2=6x$ 的焦点为 $F\left(\frac{3}{2},0\right)$,则直线 AF 的斜率为 $k=\frac{0-(-1)}{\frac{3}{2}-0}=\frac{2}{3}$.

13.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】 该女生不在两端的不同排法有$C_3^1A_3^3=12$(种).

14.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平行向量.

【应试指导】 $\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}=(1,t)+m(-1,2)=(1-m,t+2m)$,又因$\boldsymbol{a}+m\boldsymbol{b}$平行于向量$(-2,1)$,则$1\cdot(1-m)=-2\cdot(t+2m)$化简得:$2t+3m+1=0$.

15.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最值.

【应试指导】 当$x=\frac{\pi}{9}$时,函数$f(x)=2\cos\left(3x-\frac{\pi}{3}\right)$取最大值,最大值为 2.

16.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平面内两点间的距离公式.

【应试指导】 由$\begin{cases}y=x^2-2x-3,\\y=x+1\end{cases}$得$\begin{cases}x=-1,\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=4,\\y=5\end{cases}$即$A(-1,0)$,$B(4,5)$,则$|AB|=\sqrt{(-1-4)^2+(0-5)^2}=5\sqrt{2}$.

17.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为充分条件和必要条件.

【应试指导】 图像有对称轴的不一定是偶函数,但偶函数的图像一定有对称轴y轴,故选 D.

二、填空题

18.【答案】 $x-3y-7=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线方程.

【应试指导】 因为所求直线与直线$3x+y-1=0$垂直,故可设所求直线方程为$x-3y+a=0$;又直线经过点$(1,-2)$,故$1-3\times(-2)+a=0$,则$a=-7$,即所求直线方程为$x-3y-7=0$.

19.【答案】 $\frac{3}{8}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为贝努利试验.

【应试指导】 恰有 2 次正面向上的概率是$P=C_4^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-2}=\frac{3}{8}$.

20.【答案】 $-\frac{24}{25}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数公式.

【应试指导】 x为第四象限角,则$\cos x=\sqrt{1-\sin^2x}=\sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$,故$\sin 2x=2\sin x\cos x=-\frac{24}{25}$.

21.【答案】 $x+y=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为导数的几何意义.

【应试指导】 根据导数的几何意义,曲线在$(0,0)$处的切线斜率$k=y'\Big|_{x=0}=-1$,则切线方程为$y-0=-1\cdot(x-0)$,化简得:$x+y=0$.

三、解答题

22.(Ⅰ)$S_{n-1}=\frac{2}{3}(4^{n-1}-1)$,

则$a_n=S_n-S_{n-1}$

$=\frac{2}{3}(4^n-1)-\frac{2}{3}(4^{n-1}-1)$

$=2^{2n-1}$.

(Ⅱ)$a_k=2^{2k-1}$

$=128$

$=2^7$,

$\therefore 2k-1=7$,

$\therefore k=4$.

23.(Ⅰ)$\because \frac{\sin C}{AB}=\frac{\sin A}{BC}$,

$\therefore \sin C=\frac{\sin A}{BC}\cdot AB$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(Ⅱ)由题意知,$C<90°$,

故$\cos C=\sqrt{1-\sin^2C}$

$=\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$

$=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\sin B=\sin[180°-(A+C)]$

$=\sin(A+C)$

$=\sin A\cos C+\cos A\sin C$

$=\frac{3+\sqrt{6}}{6}$,

$\therefore AC=\frac{BC}{\sin A}\cdot\sin B=\sqrt{3}+\sqrt{2}$.

24.(Ⅰ)$f'(x)=3x^2+2x-5$,令$f'(x)=0$,得:$x_1=1$,$x_2=-\frac{5}{3}$,

当$x>1$或$x<-\frac{5}{3}$时,$f'(x)>0$;

当$-\frac{5}{3}<x<1$时,$f'(x)<0$.

故$f(x)$的单调增区间为$\left(-\infty,-\frac{5}{3}\right)$和$(1,+\infty)$,单调减区间为$\left(-\frac{5}{3},1\right)$.

(Ⅱ)$f\left(-\frac{5}{3}\right)>0$,$f(1)<0$.

$\therefore f(x)$有 3 个零点.

25.(Ⅰ)由题意可知,$a=2$,$c=\sqrt{3}$,

$\therefore b=\sqrt{a^2-c^2}=1$,

$\therefore$ 椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$.

(Ⅱ)$\begin{cases}|PF_1|+|PF_2|=2a=4,\\|PF_1|-|PF_2|=2,\end{cases}$

解得:$|PF_1|=3$,$|PF_2|=1$,

由余弦定理可得:

$\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}$

$=\frac{3^2+1^2-(2\sqrt{3})^2}{2\times3\times1}$

$=-\frac{1}{3}$.