

2018 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B =$

- A. $\{2, 4, 6, 8\}$ B. $\{2, 4\}$
C. $\{2, 4, 8\}$ D. $\{6\}$

2. 不等式 $x^2 - 2x < 0$ 的解集为

- A. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ B. $\{x \mid -2 < x < 0\}$
C. $\{x \mid 0 < x < 2\}$ D. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$

3. 曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是

- A. $(-1, 0)$ B. $(0, 1)$
C. $(2, 0)$ D. $(1, 0)$

4. 下列函数中,在区间 $(0, +\infty)$ 为增函数的是

- A. $y = x^{-1}$ B. $y = x^2$
C. $y = \sin x$ D. $y = 3^{-x}$

5. 函数 $f(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期是

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. 2π
C. π D. 4π

6. 下列函数中,为偶函数的是

- A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$ B. $y = 2^{-x}$
C. $y = x^{-1} - 1$ D. $y = 1 + x^{-3}$

7. 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后,所得图像对应的函数为

- A. $y = \log_2(x+1)$ B. $y = \log_2(x+3)$
C. $y = \log_2(x+2) - 1$ D. $y = \log_2(x+2) + 1$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $d =$

- A. 1 B. -1
C. -2 D. 2

9. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 这 2 个数都是偶数的概率为

- A. $\frac{3}{10}$ B. $\frac{1}{5}$
C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{3}{5}$

10. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 的半径为

- A. $\sqrt{10}$ B. 4
C. $\sqrt{15}$ D. 16

11. 双曲线 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 的焦距为

- A. $2\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{3}$
C. 4 D. 2

12. 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 F , 点 $A(0, -1)$, 则直线 AF 的斜率为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$
C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排, 则该女生不在两端的不同排法共有

- A. 24 种 B. 12 种
C. 16 种 D. 8 种

14. 已知平面向量 $a = (1, t)$, $b = (-1, 2)$, 若 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则

- A. $2t - 3m + 1 = 0$ B. $2t + 3m + 1 = 0$
C. $2t - 3m - 1 = 0$ D. $2t + 3m - 1 = 0$

15. 函数 $f(x) = 2\cos(3x - \frac{\pi}{3})$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ 的最大值是

- A. 0 B. $\sqrt{3}$
C. 2 D. -1

16. 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像与直线 $y = x + 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$

- A. $2\sqrt{13}$ B. 4
C. $\sqrt{34}$ D. $5\sqrt{2}$

17. 设甲: $y = f(x)$ 的图像有对称轴; 乙: $y = f(x)$ 是偶函数, 则

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为 _____.
19. 掷一枚硬币时, 正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$, 掷这枚硬币 4 次, 则恰有 2 次正面向上的概率是 _____.
20. 已知 $\sin x = -\frac{3}{5}$, 且 x 为第四象限角, 则 $\sin 2x =$ _____.
21. 曲线 $y = x^2 - e^x + 1$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$.

- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 若 $a_k = 128$, 求 k .

23. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$, $AB = 2$, $BC = \sqrt{3}$. 求

- (I) $\sin C$;
- (II) AC .

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$. 求

- (I) $f(x)$ 的单调区间;
- (II) $f(x)$ 零点的个数.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4, 两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$.

- (I) 求 C 的标准方程;
- (II) 若 P 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 求 $\cos \angle F_1PF_2$.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$.

2.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次不等式的解集.

【应试指导】 $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 故解集为 $\{x \mid 0 < x < 2\}$.

3.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的平移.

【应试指导】 曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 的对称中心是原点 $(0, 0)$, 而曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 是由曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 向右平移 1 个单位形成的, 故曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 $(1, 0)$.

4.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A、D 两项在 $(0, +\infty)$ 上为减函数, C 项在 $(0, +\infty)$ 上不是单调函数.

5.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的周期.

【应试指导】 最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$.

6.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 A 项, $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, 则 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$, 故 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 为偶函数.

7.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的平移.

【应试指导】 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后, 所得图像对应的函数为 $y-1 = \log_2(x-0+2)$, 即 $y = \log_2(x+2) + 1$.

8.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列和等比数列.

【应试指导】 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, 则 $a_2 = 1+d$, $a_3 = 1+2d$, $a_6 = 1+5d$. 又因 a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $a_3^2 = a_2 \cdot a_6$, 即 $(1+2d)^2 = (1+d)(1+5d)$, 解得 $d = 0$ (舍去) 或 $d = -2$, 故选 C.

9.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为概率.

【应试指导】 这 2 个数都是偶数的概率为 $P = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$.

10.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的方程.

【应试指导】 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 可化为 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$, 故圆的半径为 4.

11.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的焦距.

【应试指导】 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 可化为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$, 即 $a^2 = 4, b^2 = 3$, 则 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7}$, 则焦距 $2c = 2\sqrt{7}$.

12.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点.

【应试指导】 抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, 则直线 AF 的斜率为 $k = \frac{0 - (-1)}{\frac{3}{2} - 0} = \frac{2}{3}$.

13.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】 该女生不在两端的不同排法有 $C_2^2 A_3^3 = 12$ (种).

14.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平行向量.

【应试指导】 $a + mb = (1, t) + m(-1, 2) = (1-m, t+2m)$, 又因 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则 $1 \cdot (1-m) = -2 \cdot (t+2m)$ 化简得: $2t + 3m + 1 = 0$.

15.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的最值.

【应试指导】 当 $x = \frac{\pi}{9}$ 时, 函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取最大值, 最大值为 2.

16.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平面内两点间的距离公式.

【应试指导】 由 $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y = x + 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4, \\ y = 5 \end{cases}$, 即 $A(-1, 0), B(4, 5)$, 则 $|AB| = \sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}$.

17.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为充分条件和必要条件.

【应试指导】 图像有对称轴的不一定是偶函数, 但偶函数的图像一定有对称轴 y 轴, 故选 D.

二、填空题

18.【答案】 $x - 3y - 7 = 0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线方程.

【应试指导】 因为所求直线与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直, 故可设所求直线方程为 $x - 3y + a = 0$; 又直线经过点 $(1, -2)$, 故 $1 - 3 \times (-2) + a = 0$, 则 $a = -7$, 即所求直线方程为 $x - 3y - 7 = 0$.19.【答案】 $\frac{3}{8}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为贝努利试验.

【应试指导】 恰有 2 次正面向上的概率是 $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$.

20.【答案】 $-\frac{24}{25}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数公式.

【应试指导】 x 为第四象限角, 则 $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$, 故 $\sin 2x = 2\sin x \cos x = -\frac{24}{25}$.

21.【答案】 $x + y = 0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为导数的几何意义.

【应试指导】 根据导数的几何意义, 曲线在 $(0, 0)$ 处的切线斜率 $k = y' \Big|_{x=0} = -1$, 则切线方程为 $y - 0 = -1 \cdot (x - 0)$, 化简得: $x + y = 0$.

三、解答题

22. (I) $S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1)$,

$$\begin{aligned} \text{则 } a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \frac{2}{3}(4^n - 1) - \frac{2}{3}(4^{n-1} - 1) \\ &= 2^{2n-1}. \end{aligned}$$

(II) $a_k = 2^{2k-1}$

$$\begin{aligned} &= 128 \\ &= 2^7, \\ \therefore 2k - 1 &= 7, \\ \therefore k &= 4. \end{aligned}$$

23. (I) $\because \frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC}$,

$$\begin{aligned} \therefore \sin C &= \frac{\sin A}{BC} \cdot AB \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

(II) 由题意知, $C < 90^\circ$,

$$\begin{aligned} \text{故 } \cos C &= \sqrt{1 - \sin^2 C} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin B &= \sin[180^\circ - (A + C)] \\ &= \sin(A + C) \\ &= \sin A \cos C + \cos A \sin C \\ &= \frac{3 + \sqrt{6}}{6}, \end{aligned}$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin B = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

24. (I) $f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$, 令 $f'(x) = 0$, 得: $x_1 = 1, x_2 = -\frac{5}{3}$,

当 $x > 1$ 或 $x < -\frac{5}{3}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\frac{5}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$.

故 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty, -\frac{5}{3})$ 和 $(1, +\infty)$, 单调减区间为 $(-\frac{5}{3}, 1)$.

(II) $f(-\frac{5}{3}) > 0, f(1) < 0$.

$\therefore f(x)$ 有 3 个零点.

25. (I) 由题意可知, $a = 2, c = \sqrt{3}$,

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1,$$

$\therefore$ 椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

$$(II) \begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a = 4, \\ |PF_1| - |PF_2| = 2, \end{cases}$$

解得: $|PF_1| = 3, |PF_2| = 1$,

由余弦定理可得:

$$\begin{aligned} \cos \angle F_1 P F_2 &= \frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1 F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|} \\ &= \frac{3^2 + 1^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3 \times 1} \\ &= -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$