

2018 年成人高等学校招生全国统一考试专升本

高等数学(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 150 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷 (选择题, 共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(1~10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} =$

A. e

B. 2

C. 1

D. 0

2. 若 $y = 1 + \cos x$, 则 $dy =$

A. $(1 + \sin x)dx$ B. $(1 - \sin x)dx$ C. $\sin x dx$ D. $-\sin x dx$

3. 若函数 $f(x) = 5^x$, 则 $f'(x) =$

A. 5^{x-1} B. $x5^{x-1}$ C. $5^x \ln 5$ D. 5^x

4. 曲线 $y = x^3 + 2x$ 在点(1, 3) 处的法线方程是

A. $5x + y - 8 = 0$ B. $5x - y - 2 = 0$ C. $x + 5y - 16 = 0$ D. $x - 5y + 14 = 0$

5. $\int \frac{1}{2-x} dx =$

A. $\ln |2-x| + C$ B. $-\ln |2-x| + C$ C. $-\frac{1}{(2-x)^2} + C$ D. $\frac{1}{(2-x)^2} + C$

6. $\int f'(2x) dx =$

A. $\frac{1}{2}f(2x) + C$ B. $f(2x) + C$ C. $2f(2x) + C$ D. $\frac{1}{2}f(x) + C$

7. 若 $f(x)$ 为连续的奇函数, 则 $\int_{-1}^1 f(x) dx =$

A. 0

B. 2

C. $2f(-1)$ D. $2f(1)$

8. 若二元函数 $z = x^2y + 3x + 2y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

A. $2xy + 3 + 2y$ B. $xy + 3 + 2y$ C. $2xy + 3$ D. $xy + 3$

9. 设区域 $D = \{(x, y) | 0 \leq y \leq x^2, 0 \leq x \leq 1\}$, 则 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为

A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

10. 设 A, B 为两个随机事件, 且相互独立, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.4$, 则 $P(A - B) =$

A. 0.24

B. 0.36

C. 0.4

D. 0.6

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题(11 ~ 20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$ 的拐点为_____.

12. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

13. 若函数 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) =$ _____.

14. 若 $y = e^{2x}$, 则 $dy =$ _____.

15. 设 $f(x) = x^{2x}$, 则 $f'(x) =$ _____.

16. $\int (2x + 3) dx =$ _____.

17. $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx =$ _____.

18. $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ _____.

19. $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx =$ _____.

20. 若二元函数 $z = x^2y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin x}{x}, & x < 0, \\ 3x + a & x \geqslant 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 求 a .

22. (本题满分 8 分)

求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}$.

23. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$, 求 $f''(0)$.

24. (本题满分 8 分)

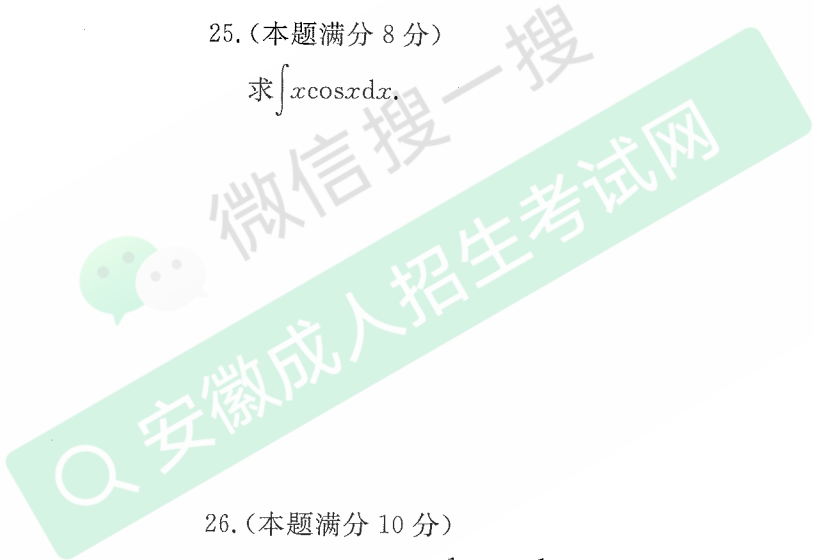
求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$.

25. (本题满分 8 分)

求 $\int x \cos x dx$.

26. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$ 的极值.



密 封 线 内 不 要 答 题

27. (本题满分 10 分)

盒子中有 5 个产品, 其中恰有 3 个合格品. 从盒子中任取 2 个, 记 X 为取出的合格品个数. 求

(1) X 的概率分布;

(2) EX .

28. (本题满分 10 分)

求函数 $f(x, y) = x^3 + y^3$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最值.



参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了极限的运算的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$.

2. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了一元函数微分的知识点.

【应试指导】 $y' = -\sin x$, $dy = -\sin x dx$.

3. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了函数的求导公式的知识点.

【应试指导】 $f(x) = 5^x$, 则 $f'(x) = 5^x \ln 5$.

4. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了法线方程的知识点.

【应试指导】 $y' = 3x^2 + 2$, $y'|_{x=1} = 5$, 则法线斜率 $k = -\frac{1}{5}$, 则法线方程为 $y - 3 = -\frac{1}{5}(x - 1)$, 即 $x + 5y - 16 = 0$.

5. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】 $\int \frac{1}{2-x} dx = -\int \frac{1}{2-x} d(2-x) = -\ln |2-x| + C$.

6. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了导数的原函数的知识点.

【应试指导】 $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$.

7. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 因为 $f(x)$ 是连续的奇函数, 故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$.

8. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了一阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $z = x^2 y + 3x + 2y$, 故 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$.

9. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了旋转体的体积的知识点.

【应试指导】 $V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^1 = \frac{\pi}{5}$.

10. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了独立事件的知识点.

【应试指导】 因 A, B 相互独立, 故 $P(A - B) = P(A) - P(AB) = P(A) - P(A)P(B) = 0.6 - 0.6 \times 0.4 = 0.36$.

二、填空题

11. 【答案】 (2, -6)

【考情点拨】 本题考查了拐点的知识点.

【应试指导】 $y' = 3x^2 - 12x + 3$, $y'' = 6x - 12$, 令 $y'' = 0$, 则 $x = 2$, 此时 $y = -6$, 故拐点为 (2, -6).

12. 【答案】 e^{-3}

【考情点拨】 本题考查了 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ 的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1+(-3x)]^{\frac{1}{-3x} \cdot (-3)} = e^{-3}$.

13. 【答案】 $\frac{x^2}{1+x^2}$

【考情点拨】 本题考查了导数的求导公式的知识点.

【应试指导】 $f(x) = x - \arctan x$, 则 $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}$.

14. 【答案】 $2e^{2x} dx$

【考情点拨】 本题考查了微分的知识点.

【应试指导】 $y = e^{2x}, y' = 2e^{2x}$, 则 $dy = 2e^{2x} dx$.

15. 【答案】 $2x^{2x}(\ln x + 1)$

【考情点拨】 本题考查了对数求导法的知识点.

【应试指导】 $y = x^{2x}$, 两边取对数得 $\ln y = 2x \ln x$, 两边同时对 x 求导得 $\frac{y'}{y} = 2 \ln x + 2$, 故 $y' = y(2 \ln x + 2) = 2x^{2x}(\ln x + 1)$.

16. 【答案】 $x^2 + 3x + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】 $\int (2x + 3) dx = x^2 + 3x + C$.

17. 【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \left(\frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}$.

18. 【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = 2$.

19. 【答案】 1

【考情点拨】 本题考查了无穷积分的知识点.

【应试指导】 $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1$.

20. 【答案】 $4xy$

【考情点拨】 本题考查了二阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $z = x^2 y^2$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy$.

三、解答题

21. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3$,

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + a) = a$,

且 $f(0) = a$,

$\therefore f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续,

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$,

$\therefore a = 3$.

22. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x - 1)}{(x - 1)(x + 1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x + 1}$
 $= \frac{5}{2}$.

23. $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$,

$f'(x) = 2 + \frac{3}{3x + 2}$,

$f''(x) = -\frac{9}{(3x + 2)^2}$,

故 $f''(0) = -\frac{9}{4}$.

24. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3}(1 - \cos 3x)}{x^2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}(3x)^2}{x^2}$
 $= \frac{3}{2}$.

25. $\int x \cos x dx = \int x d \sin x$
 $= x \sin x - \int \sin x dx$
 $= x \sin x + \cos x + C$.

26. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$,

则 $f'(x) = x^2 - x$, 令 $f'(x) = 0$, 则 $x_1 = 0, x_2 = 1$,

当 $x < 0$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 此时 $f(x)$ 为单调增加函数;

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 此时 $f(x)$ 为单调减少函数.

故当 $x = 0$ 时, $f(x)$ 取极大值, 极大值 $f(0) = 5$;

当 $x = 1$ 时, $f(x)$ 取极小值, 极小值 $f(1) = \frac{29}{6}$.

27. (1) X 可能的取值为 $0, 1, 2$,

$P\{X = 0\} = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$,

$P\{X = 1\} = \frac{C_1^3 C_2^1}{C_5^2} = \frac{3}{5}$,

$P\{X = 2\} = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$,

则 X 的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

(2) $EX = 0 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{3}{5} + 2 \times \frac{3}{10} = \frac{6}{5}$.

28. 作拉格朗日函数 $L(x, y, \lambda) = x^3 + y^3 + \lambda(x^2 + 2y^2 - 1)$,

令 $\begin{cases} L'_x = 3x^2 + 2\lambda x = 0, \\ L'_y = 3y^2 + 4\lambda y = 0, \\ L'_\lambda = x^2 + 2y^2 - 1 = 0, \end{cases}$

解得驻点 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ 和 $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$,

且 $f\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3}$.

故函数 $f(x, y)$ 在条件 $x^2 + 2y^2 = 1$ 下的最小值为 $-\frac{1}{3}$, 最大值为 $\frac{1}{3}$.