

# 高等数学(一)

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分150分,考试时间150分钟。

题号	一	二	三	总分	统分人签字
分数					

## 第I卷(选择题,共40分)

得分	评卷人

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} =$

- A. e
- C. 1

- B. 2
- D. 0

2. 若  $y = 1 + \cos x$ , 则  $dy =$

- A.  $(1 + \sin x)dx$
- C.  $\sin x dx$

- B.  $(1 - \sin x)dx$
- D.  $-\sin x dx$

3. 若函数  $f(x) = 5^x$ , 则  $f'(x) =$

- A.  $5^{x-1}$
- C.  $5^x \ln 5$

- B.  $x5^{x-1}$
- D.  $5^x$

4.  $\int \frac{1}{2-x} dx =$

- A.  $\ln |2-x| + C$
- C.  $-\frac{1}{(2-x)^2} + C$

- B.  $-\ln |2-x| + C$
- D.  $\frac{1}{(2-x)^2} + C$

5.  $\int f'(2x) dx =$

- A.  $\frac{1}{2}f(2x) + C$
- C.  $2f(2x) + C$

- B.  $f(2x) + C$
- D.  $\frac{1}{2}f(x) + C$

6. 若  $f(x)$  为连续的奇函数, 则  $\int_{-1}^1 f(x) dx =$

- A. 0
- C.  $2f(-1)$
- D.  $2f(1)$

B. 2

7. 二元函数  $z = x^2y + 3x + 2y$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A.  $2xy + 3 + 2y$
- C.  $2xy + 3$

B.  $xy + 3 + 2y$

D.  $xy + 3$

8. 方程  $x^2 + y^2 - 2z = 0$  表示的二次曲面是

- A. 柱面
- C. 旋转抛物面

B. 球面

D. 椭球面

9. 已知区域  $D = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ , 则  $\iint_D x dx dy =$

- A. 0
- C. 2

B. 1

D. 4

10. 微分方程  $yy' = 1$  的通解为

- A.  $y^2 = x + C$
- C.  $y^2 = Cx$

B.  $\frac{1}{2}y^2 = x + C$

D.  $2y^2 = x + C$

## 第II卷(非选择题,共110分)

得分	评卷人

二、填空题(11~20小题,每小题4分,共40分)

11. 曲线  $y = x^3 - 6x^2 + 3x + 4$  的拐点为\_\_\_\_\_.

12.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$ \_\_\_\_\_.

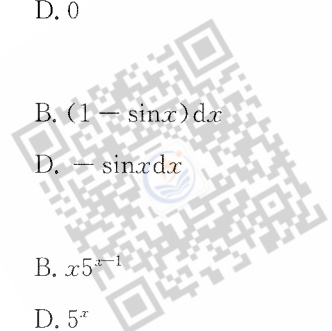
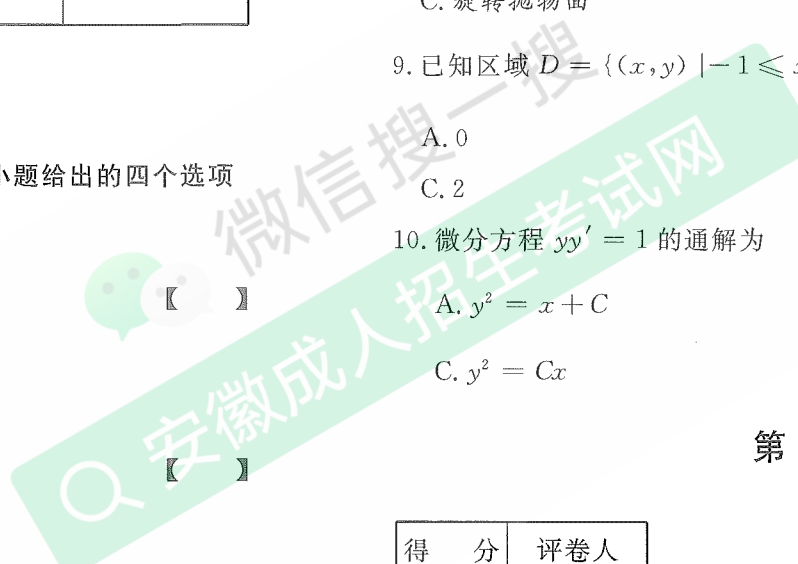
13. 若函数  $f(x) = x - \arctan x$ , 则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_.

14. 若  $y = e^{2x}$ , 则  $dy =$ \_\_\_\_\_.

15.  $\int (2x + 3) dx =$ \_\_\_\_\_.

16.  $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx =$ \_\_\_\_\_.

17.  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx =$ \_\_\_\_\_.



密封线内不要答题

科类 考号 姓名

18.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

19.  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

20. 若二元函数  $z = x^2 y^2$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin x}{x}, & x < 0, \\ 3x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续, 求  $a$ .

22. (本题满分 8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)}$ .

23. (本题满分 8 分)

设函数  $f(x) = 2x + \ln(3x + 2)$ , 求  $f''(0)$ .

24. (本题满分 8 分)

求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2}$ .



微信搜一搜  
安徽成人招生考试网

密  
封  
线  
内  
不  
要  
答  
题

25. (本题满分 8 分)

求  $\int x \cos x dx$ .

26. (本题满分 10 分)

求函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 5$  的极值.

27. (本题满分 10 分)

求微分方程  $y' - \frac{1}{x}y = 2 \ln x$  的通解.



28. (本题满分 10 分)

设区域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ , 计算  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ .

## 参考答案及解析

### 一、选择题

1. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了极限的运算的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 0} x}{\lim_{x \rightarrow 0} \cos x} = \frac{0}{1} = 0$ .

2. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】  $y' = (1 + \cos x)' = -\sin x$ , 故  $dy = -\sin x dx$ .

3. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了导数的基本公式的知识点.

【应试指导】  $f'(x) = (5^x)' = 5^x \ln 5$ .

4. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】  $\int \frac{1}{2-x} dx = -\ln |2-x| + C$ .

5. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了导数的原函数的知识点.

【应试指导】  $\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C$ .

6. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 因为  $f(x)$  是连续的奇函数, 故  $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$ .

7. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了一阶偏导数的知识点.

【应试指导】  $z = x^2 y + 3x + 2y$ , 故  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 3$ .

8. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了二次曲面的知识点.

【应试指导】  $x^2 + y^2 - 2z = 0$  可化为  $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = z$ , 故表示的是旋转抛物面.

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了二重积分的知识点.

【应试指导】  $\iint_D x dx dy = \int_{-1}^1 x dx \int_{-1}^1 dy = 2 \int_{-1}^1 x dx = 0.$

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了微分方程的通解的知识点.

【应试指导】 原方程分离变量得  $y dy = dx$ , 两边同时积分得  $\frac{1}{2} y^2 = x + C$ , 故方程的通解为  $\frac{1}{2} y^2 = x + C.$

## 二、填空题

11.【答案】 (2, -6)

【考情点拨】 本题考查了拐点的知识点.

【应试指导】  $y' = 3x^2 - 12x + 3, y'' = 6x - 12$ , 令  $y'' = 0$ , 则  $x = 2, y = -6$ , 故拐点为 (2, -6).

12.【答案】  $e^{-3}$

【考情点拨】 本题考查了  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$  的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} [1+(-3x)]^{\frac{1}{-3x} \cdot (-3)} = e^{-3}.$

13.【答案】  $\frac{x^2}{1+x^2}$

【考情点拨】 本题考查了导数的求导公式的知识点.

【应试指导】  $f(x) = x - \arctan x$ , 则  $f'(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2} = \frac{x^2}{1+x^2}.$

14.【答案】  $2e^{2x} dx$

【考情点拨】 本题考查了复合函数求导的知识点.

【应试指导】  $y' = (e^{2x})' = 2e^{2x}$ , 则  $dy = 2e^{2x} dx.$

15.【答案】  $x^2 + 3x + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】  $\int (2x+3) dx = x^2 + 3x + C.$

16.【答案】  $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_{-1}^1 (x^5 + x^2) dx = \left( \frac{1}{6} x^6 + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{2}{3}.$

17.【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^{\pi} \sin \frac{x}{2} d\left(\frac{x}{2}\right) = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^{\pi} = 2.$

18.【答案】  $\frac{3}{2}$

【考情点拨】 本题考查了幂级数求和的知识点.

【应试指导】  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot \left(1 - \frac{1}{3^n}\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^n}\right) = \frac{3}{2}.$

19.【答案】 1

【考情点拨】 本题考查了无穷积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx = -e^{-x} \Big|_0^{+\infty} = 1.$

20.【答案】  $4xy$

【考情点拨】 本题考查了高阶偏导数的知识点.

【应试指导】  $z = x^2 y^2, \frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^2, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xy.$

## 三、解答题

21.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{3 \sin x}{x} = 3,$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (3x+a) = a,$

且  $f(0) = a,$

$\therefore f(x)$  在  $x=0$  处连续,

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0),$

$\therefore a = 3.$

22.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{\sin(x^2 - 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 1}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 + x + 1)(x-1)}{(x-1)(x+1)}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x + 1}{x+1}$   
 $= \frac{5}{2}.$

23.  $f'(x) = 2 + \frac{3}{3x+2},$

$f''(x) = -\frac{9}{(3x+2)^2},$

故  $f''(0) = -\frac{9}{4}.$

24.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin 3t dt}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{3} \cos 3t \Big|_0^x}{x^2}$   
 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3} (1 - \cos 3x)}{x^2}$   
 $= \frac{1}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9}{2} x^2$   
 $= \frac{3}{2}.$

25.  $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$   
 $= x \sin x + \cos x + C.$

26.  $f'(x) = x^2 - x$ , 令  $f'(x) = 0$ , 得  $x_1 = 0, x_2 = 1,$

当  $x < 0$  或  $x > 1$  时,  $f'(x) > 0$ , 此时  $f(x)$  为单调增加函数.

当  $0 < x < 1$  时,  $f'(x) < 0$ , 此时  $f(x)$  为单调减少函数.

故当  $x = 0$  时,  $f(x)$  取极大值, 极大值  $f(0) = 5;$

当  $x = 1$  时,  $f(x)$  取极小值, 极小值  $f(1) = \frac{29}{6}.$

27. 这是个一阶线性非齐次微分方程.

$P(x) = -\frac{1}{x}, Q(x) = 2 \ln x,$

故通解为  $y = e^{\int \frac{1}{x} dx} \left( \int 2 \ln x e^{-\int \frac{1}{x} dx} dx + C \right) = x \cdot \left( 2 \int \frac{\ln x}{x} dx + C \right)$   
 $= x [(\ln x)^2 + C].$

28.  $D$  在极坐标系里可表示为  $0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 3,$

故  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy = \int_0^{\pi} d\theta \int_0^3 r^2 \cdot r dr$   
 $= \frac{81}{4} \pi.$



微信搜一搜  
安徽成人高考招生考试网