

2016 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设集合 $A = \{0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 2\}$
C. $\{0, 1\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
2. 函数 $y = 2\sin x \cos x$ 的最小正周期是
A. $\frac{\pi}{2}$ B. 4π
C. 2π D. π
3. 等差数列 $\{a_n\}$ 中,若 $a_1 = 2, a_3 = 6$, 则 $a_7 =$
A. 10 B. 12
C. 14 D. 8
4. 若甲: $x > 1$; 乙: $e^x > 1$, 则
A. 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件
B. 甲是乙的充分必要条件
C. 甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件
D. 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件
5. 不等式 $|2x - 3| \leq 1$ 的解集为
A. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$
C. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ D. $\{x \mid 2 \leq x \leq 3\}$
6. 下列函数中,为偶函数的是
A. $y = \log_2 x$ B. $y = x^2$
C. $y = \frac{4}{x}$ D. $y = x^2 + x$
7. 点 $(2, 4)$ 关于直线 $y = x$ 的对称点的坐标为
A. $(4, 2)$ B. $(-2, -4)$
C. $(-2, 4)$ D. $(-4, -2)$

8. 将一颗骰子抛掷 1 次,得到的点数为偶数的概率为
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{6}$
C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$
9. 在 $\triangle ABC$ 中,若 $AB = 3, A = 45^\circ, C = 30^\circ$, 则 $BC =$
A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$
C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
10. 下列函数中,函数值恒为负值的是
A. $y = x$ B. $y = -x^2 - 1$
C. $y = x^3$ D. $y = -x^2 + 1$
11. 过点 $(0, 1)$ 且与直线 $x + y + 1 = 0$ 垂直的直线方程为
A. $y = x + 1$ B. $y = 2x + 1$
C. $y = x$ D. $y = x - 1$
12. 设双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线的斜率为 k , 则 $|k| =$
A. $\frac{9}{16}$ B. $\frac{16}{9}$
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
13. $64^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} 81 =$
A. 8 B. 14
C. 12 D. 10
14. 若 $\tan \alpha = 3$, 则 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) =$
A. -2 B. $\frac{1}{2}$
C. 2 D. -4
15. 函数 $y = \ln(x-1)^2 + \frac{1}{x-1}$ 的定义域为
A. $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ B. $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 1\}$
C. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ D. $\mathbf{R}$
16. 某同学每次投篮投中的概率为 $\frac{2}{5}$. 该同学投篮 2 次,只投中 1 次的概率为
A. $\frac{12}{25}$ B. $\frac{9}{25}$
C. $\frac{6}{25}$ D. $\frac{3}{5}$
17. 曲线 $y = x^3 - 4x + 2$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为
A. $x - y - 2 = 0$ B. $x - y = 0$
C. $x + y = 0$ D. $x + y - 2 = 0$

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 若平面向量 $a = (x, 1)$, $b = (1, -2)$, 且 $a \parallel b$, 则 $x =$ _____.
19. 若二次函数 $f(x) = ax^2 + 2x$ 的最小值为 $-\frac{1}{3}$, 则 $a =$ _____.
20. 某次测试中 5 位同学的成绩分别为 79, 81, 85, 75, 80, 则他们成绩的平均数为 _____.
21. 函数 $y = 2^x - 2$ 的图像与坐标轴的交点共有 _____ 个.

得 分	评卷人

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2$, $BC = 3$, $B = 60^\circ$. 求 AC 及 $\triangle ABC$ 的面积.

23. (本小题满分 12 分)
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数, 且 $a_1 + a_3 = 10$, $a_2 + a_3 = 6$.
- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (II) 求 $\{a_n\}$ 的前 5 项和.

24. (本小题满分 12 分)
- 设函数 $f(x) = 2x^3 + 3mx^2 - 36x + m$, 且 $f'(-1) = -36$.
- (I) 求 m ;
- (II) 求 $f(x)$ 的单调区间.

25. (本小题满分 13 分)
- 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 斜率为 1 的直线 l 与 C 相交, 其中一个交点的坐标为 $(2, \sqrt{2})$, 且 C 的右焦点到 l 的距离为 1.
- (I) 求 a, b ;
- (II) 求 C 的离心率.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的交集.

【应试指导】 $A \cap B = \{0,1\} \cap \{0,1,2\} = \{0,1\}$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最小正周期.

【应试指导】 $y = 2\sin x \cos x = \sin 2x$,故其最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$.

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 因为 $\{a_n\}$ 是等差数列,设公差为 d ,则 $a_3 = a_1 + 2d \Rightarrow 2 + 2d = 6 \Rightarrow d = 2$,所以 $a_7 = a_1 + 6d = 2 + 6 \times 2 = 14$.

4.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $x > 1 \Rightarrow e^x > e > 1$,而 $e^x > 1 \Rightarrow x > 0 \not\Rightarrow x > 1$,故甲是乙的充分条件,但不是必要条件.

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 $|2x-3| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 2x-3 \leq 1 \Rightarrow 2 \leq 2x \leq 4 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$,故原不等式的解集为 $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$.

6.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为偶函数的性质.

【应试指导】 A项, $\log_2 x \neq \log_2(-x)$,故A项不是偶函数;C项, $\frac{4}{x} \neq \frac{4}{-x}$,故C项不是偶函数;D项, $x^2 + x \neq (-x)^2 - x$,故D项也不是偶函数;而B项中 $x^2 = (-x)^2$,故B项是偶函数.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为点关于直线对称.

【应试指导】 点(2,4)关于直线 $y = x$ 对称的点为(4,2).

8.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为概率.

【应试指导】 一颗骰子的点数分别为1,2,3,4,5,6,其中偶数与奇数各占一半,故抛掷1次,得到的点数为偶数的概率为 $\frac{1}{2}$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角形的正弦定理.

【应试指导】 由正弦定理可得: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A}$,即 $\frac{3}{\frac{1}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$.

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的性质.

【应试指导】 A项, $x > 0$ 时, $y > 0$;B项,无论 x 取何值, $-x^2 \leq 0$,故 $y = -x^2 - 1 \leq -1$;C项, $x > 0$ 时 $y > 0$;D项,当 $-1 < x < 1$ 时, $y = -x^2 + 1 > 0$,故本题选B.

11.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的性质.

【应试指导】 与直线 $x+y+1=0$ 垂直的直线的斜率为1,又因为该直线过(0,1)点,故该直线方程为 $y-1=1 \times (x-0) \Rightarrow y = x+1$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 双曲线渐近线的斜率为 $k = \pm \frac{b}{a}$,故本题中 $k = \pm \frac{3}{4}$,即 $|k| = \frac{3}{4}$.

13.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数与指数函数的性质.

【应试指导】 $64^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} 81 = (2^6)^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = 2^{6 \times \frac{2}{3}} - 2 = 16 - 2 = 14$.

14.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的运算.

【应试指导】 $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha + \tan \frac{\pi}{4}}{1 - \tan \alpha \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{3+1}{1-3 \times 1} = -2$.

15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 若想函数 $y = \ln(x-1)^2 + \frac{1}{x-1}$ 有意义,须满足 $(x-1)^2 > 0$ 且 $x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$,即函数的定义域为 $\{x | x > 1 \text{ 或 } x < 1\}$.

16.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 只投中1次的概率为: $C_2^1 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$.

17.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的切线方程.

【应试指导】 $y' = 3x^2 - 4$,当 $x = 1$ 时 $y' = 3 - 4 = -1$,故曲线在点(1,-1)处的切线方程为 $y+1 = -1(x-1)$,即 $x+y = 0$.

二、填空题

18.【答案】 $-\frac{1}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平行向量的性质.

【应试指导】 由于 $a \parallel b$,故 $\frac{x}{1} = \frac{1}{-2}$,即 $x = -\frac{1}{2}$.

19.【答案】3

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为二次函数的最小值.

【应试指导】 由于二次函数 $f(x) = ax^2 + 2x$ 有最小值,故 $a > 0$,故 $\frac{4a \times 0 - 2^2}{4a} = -\frac{1}{3} \Rightarrow a = 3$.

20.【答案】80

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 成绩的平均数 $= \frac{79+81+85+75+80}{5} = 80$.

21.【答案】2

【考点点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像与坐标轴的交点.

【应试指导】 当 $x = 0$ 时, $y = 2^0 - 2 = -1$,故函数与 y 轴交于 $(0, -1)$ 点;令 $y = 0$,则有 $2^x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$,

故函数与 x 轴交于 $(1, 0)$ 点,因此函数 $y = 2^x - 2$ 与坐标轴的交点共有 2 个.

三、解答题

22. 由余弦定理得

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos B \\ &= 7. \end{aligned}$$

故 $AC = \sqrt{7}$.

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 的面积 } S &= \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{3\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

23. (I) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,由已知得

$$\begin{cases} a_1(1+q^2) = 10, \\ a_1(q+q^2) = 6. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a_1 = 1, \\ q = -3, \end{cases} \text{ (舍去)} \quad \begin{cases} a_1 = 8, \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

因此 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 8 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

$$\text{(II)} \{a_n\} \text{ 的前 5 项和为 } \frac{8\left(1-\frac{1}{2^5}\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{31}{2}.$$

24. (I) 由已知得 $f'(x) = 6x^2 + 6mx - 36$,

又由 $f'(-1) = -36$ 得

$$6 - 6m - 36 = -36,$$

故 $m = 1$.

(II) 由 (I) 得, $f'(x) = 6x^2 + 6x - 36$.

令 $f'(x) = 0$,解得 $x_1 = -3, x_2 = 2$.

当 $x < -3$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-3 < x < 2$ 时, $f'(x) < 0$;

当 $x > 2$ 时, $f'(x) > 0$.

故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(-3, 2)$, $f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, -3), (2, +\infty)$.

25. (I) 由已知,直线 l 的方程为 $x - y - 2 + \sqrt{2} = 0$.

设 C 的右焦点为 $(c, 0)$,其中 $c > 0$,由已知得

$$\frac{|c - 2 + \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = 1,$$

解得 $c = 2 - 2\sqrt{2}$ (舍去), $c = 2$.

所以 $a^2 = b^2 + 4$.

因为点 $(2, \sqrt{2})$ 在椭圆上,所以

$$\frac{4}{b^2 + 4} + \frac{2}{b^2} = 1,$$

解得 $b = -2$ (舍去), $b = 2$. 所以 $a = 2\sqrt{2}$.

(II) C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.