

## 2016 年成人高等学校招生全国统一考试专升本

## 高等数学(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 150 分钟。

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 总分 | 统分人签字 |
|----|---|---|---|----|-------|
| 分数 |   |   |   |    |       |

## 第 I 卷(选择题,共 40 分)

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

一、选择题(1~10 小题,每小题 4 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} =$

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} e^x, & x < 0, \\ x + a, & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续,则  $a =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 设函数  $y = 2 + \sin x$ , 则  $y' =$

- A.
- $\cos x$
- B.
- $-\cos x$
- C.
- $2 + \cos x$
- D.
- $2 - \cos x$

4. 设函数  $y = e^{x-1} + 1$  则  $dy =$

- A.
- $e^x dx$
- B.
- $e^{x-1} dx$
- C.
- $(e^x + 1)dx$
- D.
- $(e^{x-1} + 1)dx$

5.  $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx =$

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

6.  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx =$

- A.
- $\frac{\pi}{2} + 1$
- B.
- $\frac{\pi}{2}$
- C.
- $\frac{\pi}{2} - 1$
- D. 1

7. 设函数  $y = x^4 + 2x^2 + 3$ , 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$

- A.
- $4x^3 + 4x$
- B.
- $4x^3 + 4$
- C.
- $12x^2 + 4x$
- D.
- $12x^2 + 4$

8.  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx =$

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 设函数  $z = x^2 + y$ , 则  $dz =$

- A.
- $2xdx + dy$
- B.
- $x^2 dx + dy$
- C.
- $x^2 dx + ydy$
- D.
- $2xdx + ydy$

10. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = 2$ , 则  $a =$

- A.
- $\frac{1}{2}$
- B. 1 C.
- $\frac{3}{2}$
- D. 2

## 第 II 卷(非选择题,共 110 分)

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} =$

12. 设函数  $y = x^2 - e^x$ , 则  $y' =$

13. 设事件 A 发生的概率为 0.7, 则 A 的对立事件  $\bar{A}$  发生的概率为

14. 曲线  $y = \ln x$  在点 (1, 0) 处的切线方程为

15.  $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2}) dx =$

16.  $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx =$

17. 设函数  $F(x) = \int_0^x \cos t dt$ , 则  $F'(x) =$

18. 设函数  $z = \sin(x + 2y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$

19. 已知点 (1, 1) 是曲线  $y = x^2 + a \ln x$  的拐点, 则  $a =$

20. 设  $y = y(x)$  是由方程  $y = x - e^y$  所确定的隐函数, 则  $\frac{dy}{dx} =$

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

三、解答题(21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ .

22. (本题满分 8 分)

设函数  $y = xe^{2x}$ , 求  $y'$ .

23. (本题满分 8 分)

设函数  $z = x^3y + xy^3$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int x \cos x^2 dx$ .

25. (本题满分 8 分)

计算 $\int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx$ .

26. (本题满分 10 分)

求曲线  $y = \sqrt{x}$ , 直线  $x = 1$  和  $x$  轴所围成的有界平面图形的面积  $S$ , 及该平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V$ .



微信搜一搜  
安徽成人招生考试网

密 封 线 内 不 要 答 题

27. (本题满分 10 分)

设函数  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 3$ , 求  $f(x, y)$  的极值点与极值.

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量  $X$  的概率分布为

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 0   | 10  | 20  | 30  |
| $P$ | 0.2 | $a$ | 0.2 | 0.3 |

(1) 求常数  $a$ ;

(2) 求  $X$  的数学期望  $EX$  及方差  $DX$ .

## 参考答案及解析

### 一、选择题

1. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了极限的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x + 2}{x^2 - 2} = \frac{1 - 5 + 2}{1 - 2} = 2$ .

2. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了分段函数在一点连续的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x + a) = a$ , 因为函数  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续, 故  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$ , 即  $a = 1$ .

3. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = 2 + \sin x$ , 所以  $y' = \cos x$ .

4. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】 因为  $y = e^{x-1} + 1$ ,  $y' = e^{x-1}$ , 则  $dy = e^{x-1} dx$ .

5. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^1 (5x^4 + 2) dx = \int_0^1 5x^4 dx + \int_0^1 2 dx = x^5 \Big|_0^1 + 2x \Big|_0^1 = 1 + 2 = 3$ .

6. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 1$ .

7. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了一元函数的高阶导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x^4 + 2x^2 + 3$ , 故  $\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 4x$ ,  $\frac{d^2y}{dx^2} = 12x^2 + 4$ .

8. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了反常积分的知识点.

【应试指导】  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \int_1^a \frac{1}{x^2} dx = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left( -\frac{1}{x} \Big|_1^a \right) = \lim_{a \rightarrow +\infty} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) = 1$ .

9. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】 因为  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y} = 1$ ,

故  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = 2x dx + dy$ .

10. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了特殊极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  的应用的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{x} = a \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{ax} = a = 2$ .

### 二、填空题

11. 【答案】  $-\frac{1}{3}$

【考情点拨】 本题考查了极限的知识点.

【应试指导】  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{2x^2+3} = -\frac{1}{3}$ .

12.【答案】  $2x - e^x$

【考情点拨】 本题考查了一阶导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x^2 - e^x$ , 故  $y' = 2x - e^x$ .

13.【答案】 0.3

【考情点拨】 本题考查了对立事件的概率的知识点.

【应试指导】  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3$ .

14.【答案】  $y = x - 1$

【考情点拨】 本题考查了切线方程的知识点.

【应试指导】 因为  $y = \ln x, y' = \frac{1}{x}, y' \Big|_{x=1} = 1$ , 所以曲线  $y = \ln x$  在点  $(1, 0)$  处的切线方程为  $y = x - 1$ .

15.【答案】  $\ln |x| + \arctan x + C$

【考情点拨】 本题考查了不定积分的知识点.

【应试指导】  $\int (\frac{1}{x} + \frac{1}{1+x^2}) dx = \int \frac{1}{x} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx = \ln |x| + \arctan x + C$ .

16.【答案】 0

【考情点拨】 本题考查了定积分的知识点.

【应试指导】  $\int_{-1}^1 (\sin x + x) dx = \int_{-1}^1 \sin x dx + \int_{-1}^1 x dx = -\cos x \Big|_{-1}^1 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_{-1}^1 = 0$ .

17.【答案】  $\cos x$

【考情点拨】 本题考查了变上限积分求导的知识点.

【应试指导】 因为  $F(x) = \int_0^x \cos t dt$ , 则  $F'(x) = \frac{d}{dx} \int_0^x \cos t dt = \cos x$ .

18.【答案】  $\cos(x+2y)$

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】 因为  $z = \sin(x+2y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} = \cos(x+2y)$ .

19.【答案】 2

【考情点拨】 本题考查了拐点的知识点.

【应试指导】 因为  $(1, 1)$  是曲线的拐点,  $f'(x) = 2x + \frac{a}{x}, f''(x) = 2 - \frac{a}{x^2}$ , 则  $f''(1) = 0, 2 - a = 0, a = 2$ .

20.【答案】  $\frac{1}{1+e^y}$

【考情点拨】 本题考查了隐函数的导数的知识点.

【应试指导】 因为  $y = x - e^y, y' = 1 - e^y \cdot y'$ , 即  $(1+e^y)y' = 1, \frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+e^y}$ .

### 三、解答题

$$21. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x + 1}{1} = 3.$$

$$22. y' = x'e^{2x} + x(e^{2x})' = (1+2x)e^{2x}.$$

$$23. \frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2y + y^3, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6xy, \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 3x^2 + 3y^2.$$

$$24. \int x \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \int \cos x^2 dx^2 \\ = \frac{1}{2} \sin x^2 + C.$$

$$25. \int_1^{\sqrt{e}} 2x \ln x dx = \int_1^{\sqrt{e}} \ln x dx^2 \\ = x^2 \ln x \Big|_1^{\sqrt{e}} - \int_1^{\sqrt{e}} x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \\ = \frac{e}{2} - \frac{x^2}{2} \Big|_1^{\sqrt{e}} \\ = \frac{1}{2}.$$

$$26. \text{面积 } S = \int_0^1 \sqrt{x} dx \\ = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 \\ = \frac{2}{3}.$$

$$\text{旋转体的体积 } V = \int_0^1 \pi (\sqrt{x})^2 dx \\ = \int_0^1 \pi x dx \\ = \frac{\pi}{2} x^2 \Big|_0^1 \\ = \frac{\pi}{2}.$$

$$27. \text{由已知, } \frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y, \frac{\partial f}{\partial y} = 2y + x.$$

$$\text{令 } \begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \end{cases} \text{得驻点 } (0, 0).$$

$$f(x, y) \text{ 的 2 阶偏导数为} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 2.$$

$$\text{故 } A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(0,0)} = 2, B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(0,0)} = 1, C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(0,0)} = 2.$$

$$\text{因为 } A > 0 \text{ 且 } AC - B^2 > 0 \text{ 所以 } (0, 0) \text{ 为 } f(x, y) \text{ 的极小值点, 极小值为 } f(0, 0) = 3.$$

$$28. (1) \text{ 因为 } 0.2 + a + 0.2 + 0.3 = 1, \text{ 所以 } a = 0.3.$$

$$(2) EX = 0 \times 0.2 + 10 \times 0.3 + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.3 = 16, \\ DX = (0-16)^2 \times 0.2 + (10-16)^2 \times 0.3 + (20-16)^2 \times 0.2 + (30-16)^2 \times 0.3 \\ = 124.$$