密封线内不要答题

绝密★启用前

2015 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数　　学

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题　号	一	二	三	总　分	统分人签字
分　数					

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得　分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 甲、乙两人独立地破译一个密码,设两人能破译的概率分别为 p_1,p_2,则恰有一人能破译的概率为　【　】

A. $1-(1-p_1)(1-p_2)$　　B. p_1p_2

C. $(1-p_1)p_2$　　D. $(1-p_1)p_2+(1-p_2)p_1$

2. 若 $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$, $\sin\theta=\frac{1}{4}$,则 $\cos\theta=$　【　】

A. $\frac{\sqrt{15}}{4}$　　B. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$

C. $-\frac{\sqrt{15}}{16}$　　D. $\frac{\sqrt{15}}{16}$

3. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(-2,1)$ 与 $\boldsymbol{b}=(\lambda,2)$ 垂直,则 $\lambda=$　【　】

A. 4　　B. -4

C. -1　　D. 1

4. 设集合 $M=\{2,5,8\}$, $N=\{6,8\}$,则 $M\cup N=$　【　】

A. $\{2,5,6\}$　　B. $\{8\}$

C. $\{6\}$　　D. $\{2,5,6,8\}$

5. 函数 $y=\sqrt{x^2+9}$ 的值域为　【　】

A. $\mathbf{R}$　　B. $[3,+\infty)$

C. $[0,+\infty)$　　D. $[9,+\infty)$

6. 设函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(2,-2)$,则 $k=$　【　】

A. -4　　B. 4

C. 1　　D. -1

7. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 3, $a_4=9$,则 $a_1=$　【　】

A. 27　　B. $\frac{1}{9}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. 3

8. 下列函数在各自定义域中为增函数的是　【　】

A. $y=1+2^x$　　B. $y=1-x$

C. $y=1+x^2$　　D. $y=1+2^{-x}$

9. 设甲:函数 $y=kx+b$ 的图像过点 $(1,1)$,

乙: $k+b=1$,

则　【　】

A. 甲是乙的充分必要条件

B. 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件

C. 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件

D. 甲不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件

10. 已知点 $A(1,1)$, $B(2,1)$, $C(-2,3)$,则过点 A 及线段 BC 中点的直线方程为　【　】

A. $x-y+2=0$　　B. $x+y-2=0$

C. $x+y+2=0$　　D. $x-y=0$

11. 设二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像过点 $(-1,2)$ 和 $(3,2)$,则其对称轴的方程为　【　】

A. $x=-1$　　B. $x=3$

C. $x=2$　　D. $x=1$

12. $\log_5 10-\log_5 2=$　【　】

A. 8　　B. 0

C. 1　　D. 5

13. 设 $\tan\theta=2$,则 $\tan(\theta+\pi)=$　【　】

A. -2　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{1}{2}$

14. 下列不等式成立的是　【　】

A. $\log_2 5>\log_2 3$　　B. $\left(\frac{1}{2}\right)^5>\left(\frac{1}{2}\right)^3$

C. $5^{-\frac{1}{2}}>3^{-\frac{1}{2}}$　　D. $\log_{\frac{1}{2}}5>\log_{\frac{1}{2}}3$

15. 某学校为新生开设了 4 门选修课程,规定每位新生至少要选其中 3 门,则一位新生不同的选课方案共有　【　】

A. 7 种　　B. 4 种

C. 5 种　　D. 6 种

16. 以点 $(0,1)$ 为圆心且与直线 $\sqrt{3}x-y-3=0$ 相切的圆的方程为　【　】

A. $(x-1)^2+y^2=1$　　B. $x^2+(y-1)^2=2$

C. $x^2+(y-1)^2=4$　　D. $x^2+(y-1)^2=16$

17. 设 $f(x)$ 为偶函数,若 $f(-2)=3$,则 $f(2)=$　【　】

A. 6　　B. -3

C. 0　　D. 3

第 Ⅱ 卷(非选择题,共 65 分)

得　分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 不等式 $|x-1|<1$ 的解集为__________.

19. 抛物线 $y^2=2px$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左焦点,则 $p=$ __________.

20. 曲线 $y=x^2+3x+4$ 在点 $(-1,2)$ 处的切线方程为__________.

21. 从某公司生产的安全带中随机抽取 10 条进行断力测试,测试结果(单位:kg) 如下:

3722　3872　4004　4012　3972　3778　4022　4006　3986　4026

则该样本的样本方差为__________kg^2(精确到 0.1).

得　分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 中,$A=30°$,$AC=BC=1$. 求

(Ⅰ) AB;

(Ⅱ) $\triangle ABC$ 的面积.

23. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d\neq 0$,$a_1=\frac{1}{2}$,且 a_1,a_2,a_5 成等比数列.

(Ⅰ) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ) 若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=50$,求 n.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+b$ 在 $x=1$ 处取得极值 -1,求

(Ⅰ) a,b;

(Ⅱ) $f(x)$ 的单调区间,并指出 $f(x)$ 在各个单调区间的单调性.

25. (本小题满分 13 分)

设椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 和 F_2,直线 l 过 F_1 且斜率为 $\frac{3}{4}$,$A(x_0,y_0)(y_0>0)$ 为 l 和 E 的交点,$AF_2\perp F_1F_2$.

(Ⅰ) 求 E 的离心率;

(Ⅱ) 若 E 的焦距为 2,求其方程.

密封线内不要答题

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为相互独立事件.

【应试指导】 设事件 A 为甲破译密码,事件 B 为乙破译密码,且 A 与 B 相互独立,则事件 $A\overline{B}+\overline{A}B$ 为恰有一人能破译密码,$P(A\overline{B}+\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=p_1(1-p_2)+p_2(1-p_1)$.

2.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数式的变换.

【应试指导】 因为 $\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$,所以 $\cos\theta<0$,$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}=-\frac{\sqrt{15}}{4}$.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的数量积的性质.

【应试指导】 因为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直,所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2\lambda+2=0$,$\lambda=1$.

4.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合之间的运算.

【应试指导】 $M\cup N=\{2,5,8\}\cup\{6,8\}=\{2,5,6,8\}$.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的值域.

【应试指导】 因为对任意的 x 都有 $x^2+9\geqslant 9$,即 $y=\sqrt{x^2+9}\geqslant\sqrt{9}=3$,则函数 $y=\sqrt{x^2+9}$ 的值域为$[3,+\infty)$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数图像的性质.

【应试指导】 因为函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过点$(2,-2)$,所以,$-2=\frac{k}{2}$,$k=-4$.

7.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列.

【应试指导】 由题意知,$q=3$,$a_4=a_1q^3$,即 $3^3a_1=9$,$a_1=\frac{1}{3}$.

8.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为增函数.

【应试指导】 由指数函数图像的性质可知,A 项是增函数.

9.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 函数 $y=kx+b$ 的图像过点$(1,1)\Rightarrow k+b=1$;$k+b=1$,当 $x=1$ 时,$y=k+b=1$,即函数 $y=kx+b$ 的图像过$(1,1)$点,故甲是乙的充分必要条件.

10.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线方程的两点式.

【应试指导】 线段 BC 的中点坐标为$\left(\frac{-2+2}{2},\frac{1+3}{2}\right)$,即$(0,2)$,则过$(1,1)$,$(0,2)$点的直线方程为 $\frac{y-1}{2-1}=\frac{x-1}{0-1}\Rightarrow x+y-2=0$.

11.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为二次函数的对称轴方程.

【应试指导】 由题意知,$\begin{cases}a-b+c=2\\9a+3b+c=2\end{cases}\Rightarrow b=-2a$,则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}=1$.

12.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数.

【应试指导】 $\log_5 10-\log_5 2=\log_5\frac{10}{2}=1$.

13.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为正切函数的变换.

【应试指导】 $\tan(\theta+\pi)=\tan\theta=2$.

14.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的性质.

【应试指导】 由对数函数图像的性质可知 A 项正确.

15.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为组合数.

【应试指导】 由题意知,新生可选 3 门或 4 门选修课程,则不同的选法共有:$C_4^3+1=4+1=5$(种).

16.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的方程.

【应试指导】 由题意知,$R=\frac{|0-1-3|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=2$,则圆的方程为 $x+(y-1)^2=4$.

17.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为偶函数的性质.

【应试指导】 因为 $f(x)$ 为偶函数,所以 $f(2)=f(-2)=3$.

二、填空题

18.【答案】 $\{x\mid 0<x<2\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的解集.

【应试指导】 $|x-1|<1\Rightarrow -1<x-1<1\Rightarrow 0<x<2$,故不等式 $|x-1|<1$ 的解集为$\{x\mid 0<x<2\}$.

19.【答案】 4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆锥曲线的性质.

【应试指导】 由题意知,$p>0$. 抛物线 $y^2=2px$ 的准线为 $x=-\frac{p}{2}$,双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左焦点为$(-\sqrt{3+1},0)$,即$(-2,0)$,由题意知,$-\frac{p}{2}=-2$,$p=4$.

20.【答案】 $y=x+3$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为切线方程.

【应试指导】 $y=x^2+3x+4 \Rightarrow y'=2x+3$，$y'|_{x=-1}=1$，故曲线在点$(-1,2)$处的切线方程为$y-2=x+1$，即$y=x+3$.

21.【答案】 10928.8

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为方差.

【应试指导】 $\bar{x}=\dfrac{3722+3872+4004+4012+3972+3778+4022+4006+3986+4026}{10}=3940$，$s^2=\dfrac{(3722-3940)^2+(3872-3940)^2+\cdots+(4026-3940)^2}{10}=10928.8$.

三、解答题

22.(Ⅰ)由已知得$C=120°$，

$$AB=\sqrt{AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot\cos C}$$
$$=\sqrt{1+1-2\cos 120°}$$
$$=\sqrt{3}.$$

(Ⅱ)设CD为AB边上的高，那么

$$CD=AC\cdot\sin 30°=\frac{1}{2},$$

$\triangle ABC$的面积为

$$\frac{1}{2}\cdot AB\cdot CD=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

23.(Ⅰ)$a_2=\dfrac{1}{2}+d$，$a_5=\dfrac{1}{2}+4d$，

由已知得$\left(\dfrac{1}{2}+d\right)^2=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}+4d\right)$，

解得$d=0$(舍去)，或$d=1$.

所以$\{a_n\}$的通项公式为

$$a_n=\frac{1}{2}+(n-1)\times 1=n-\frac{1}{2}.$$

(Ⅱ)$S_n=\dfrac{n}{2}(a_1+a_n)=\dfrac{n^2}{2}$. 由已知得$\dfrac{n^2}{2}=50$，

解得$n=-10$(舍去)，或$n=10$.

所以$n=10$.

24.(Ⅰ)$f'(x)=3x^2+2ax$. 由题设知

$$\begin{cases}3+2a=0,\\1+a+b=-1,\end{cases}$$

解得$a=-\dfrac{3}{2}$，$b=-\dfrac{1}{2}$.

(Ⅱ)由(Ⅰ)知$f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}x^2-\dfrac{1}{2}$.

$f'(x)=3x^2-3x$.

令$f'(x)=0$，得$x_1=0$，$x_2=1$.

当x变化时，$f'(x)$，$f(x)$的变化情况如下表：

x	$(-\infty,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,+\infty)$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

即$f(x)$的单调区间为$(-\infty,0)$，$(0,1)$，$(1,+\infty)$，并且$f(x)$在$(-\infty,0)$，$(1,+\infty)$上为增函数，在$(0,1)$上为减函数.

25.(Ⅰ)由题设知$\triangle AF_1F_2$为直角三角形，且$\tan\angle AF_1F_2=\dfrac{3}{4}$. 设焦距$|F_1F_2|=2c$，则$|AF_2|=\dfrac{3}{2}c$，$|AF_1|=\dfrac{5}{2}c$，

$2a=|AF_1|+|AF_2|=4c$.

所以离心率

$$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{2c}=\frac{1}{2}.$$

(Ⅱ)若$2c=2$，则$c=1$，且$a=2$，

$b^2=a^2-c^2=3$，

椭圆方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$.