

## 2014 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

## 数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。满分 150 分。考试时间 120 分钟。

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

## 第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 从 1,2,3,4,5 中任取 3 个数,组成的没有重复数字的三位数共有  
 A. 40 个                                    B. 80 个  
 C. 30 个                                    D. 60 个
2. 抛物线  $y^2 = 3x$  的准线方程为  
 A.  $x = \frac{1}{2}$                                     B.  $x = -\frac{3}{2}$   
 C.  $x = \frac{3}{4}$                                     D.  $x = -\frac{3}{4}$
3. 已知一次函数  $y = 2x + b$  的图像经过点  $(-2, 1)$ , 则该图像也经过点  
 A.  $(1, 7)$                                     B.  $(1, -3)$   
 C.  $(1, 5)$                                     D.  $(1, -1)$
4. 若  $a, b, c$  为实数,且  $a \neq 0$ .  
 设甲:  $b^2 - 4ac \geq 0$ ,  
 乙:  $ax^2 + bx + c = 0$  有实数根,  
 则  
 A. 甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件  
 B. 甲是乙的必要条件,但不是乙的充分条件  
 C. 甲是乙的充分必要条件  
 D. 甲是乙的充分条件,但不是乙的必要条件
5. 二次函数  $y = x^2 + x - 2$  的图像与  $x$  轴的交点坐标为  
 A.  $(2, 0)$  和  $(1, 0)$                             B.  $(-2, 0)$  和  $(1, 0)$   
 C.  $(2, 0)$  和  $(-1, 0)$                             D.  $(-2, 0)$  和  $(-1, 0)$

6. 设集合  $M = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$ ,  $N = \{x \mid x \leq 1\}$ , 则集合  $M \cap N =$

- A.  $\{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$   
 B.  $\{x \mid x > -1\}$   
 C.  $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$   
 D.  $\{x \mid x > 1\}$

7. 函数  $y = \frac{1}{x-5}$  的定义域为

- A.  $(5, +\infty)$   
 B.  $(-\infty, 5)$   
 C.  $(-\infty, 5) \cup (5, +\infty)$   
 D.  $(-\infty, +\infty)$

8. 函数  $y = 2\sin 6x$  的最小正周期为

- A.  $2\pi$   
 B.  $\frac{\pi}{3}$   
 C.  $3\pi$   
 D.  $\frac{\pi}{2}$

9. 下列函数为奇函数的是

- A.  $y = x^2$   
 B.  $y = \log_2 x$   
 C.  $y = 3^x$   
 D.  $y = \sin x$

10. 设函数  $f(x) = \frac{x+1}{x}$ , 则  $f(x-1) =$

- A.  $\frac{1}{x+1}$   
 B.  $\frac{x}{x+1}$   
 C.  $\frac{1}{x-1}$   
 D.  $\frac{x}{x-1}$

11. 设两个正数  $a, b$  满足  $a+b=20$ , 则  $ab$  的最大值为

- A. 100                                    B. 400  
 C. 50                                    D. 200

12. 将 5 本不同的历史书和 2 本不同的数学书排成一行,则 2 本数学书恰好在两端的概率为

- A.  $\frac{1}{20}$                                     B.  $\frac{1}{10}$   
 C.  $\frac{1}{21}$                                     D.  $\frac{1}{14}$

13. 在等腰三角形 ABC 中,  $A$  是顶角,且  $\cos A = -\frac{1}{2}$ , 则  $\cos B =$

- A.  $-\frac{1}{2}$                                     B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 C.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$                                     D.  $\frac{1}{2}$

14. 不等式  $|x-3| > 2$  的解集是

- A.  $\{x \mid x > 5 \text{ 或 } x < 1\}$   
 B.  $\{x \mid x < 1\}$   
 C.  $\{x \mid 1 < x < 5\}$   
 D.  $\{x \mid x > 5\}$

15. 已知圆  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 11 = 0$ , 经过点  $P(1, 0)$  作该圆的切线, 切点为  $Q$ , 则线段  $PQ$  的长为

- A. 10      B. 4  
C. 16      D. 8

16. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1)$ , 则两向量的夹角为

- A.  $\frac{\pi}{3}$       B.  $\frac{\pi}{6}$   
C.  $\frac{\pi}{2}$       D.  $\frac{\pi}{4}$

17. 若  $0 < \lg a < \lg b < 2$ , 则

- A.  $1 < b < a < 100$   
B.  $0 < a < b < 1$   
C.  $1 < a < b < 100$   
D.  $0 < b < a < 1$

## 第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

### 二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 计算  $3^{\frac{5}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} - \log_4 10 - \log_4 \frac{8}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

19. 曲线  $y = x^3 - 2x$  在点  $(1, -1)$  处的切线方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

20. 等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_2 = 8$ , 公比为  $\frac{1}{4}$ , 则  $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

21. 某运动员射击 10 次, 成绩(单位: 环) 如下

8 10 9 9 10 8 9 9 8 7

则该运动员的平均成绩是  $\underline{\hspace{2cm}}$  环.

得 分	评卷人

### 三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知  $\triangle ABC$  中,  $A = 110^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $AC = 6$ , 求  $BC$ (精确到 0.01).

23. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = n^2 - 2n$ . 求  
(I)  $\{a_n\}$  的前三项;  
(II)  $\{a_n\}$  的通项公式.

24. (本小题满分 12 分)

设函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ . 求  
(I) 函数  $f(x)$  的导数;  
(II) 函数  $f(x)$  在区间  $[1, 4]$  的最大值与最小值.

密 封 线 内 不 要 答 题

25.(本小题满分 13 分)

设椭圆的焦点为  $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$ , 其长轴长为 4.

(Ⅰ) 求椭圆的方程;

(Ⅱ) 设直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + m$  与椭圆有两个不同的交点, 其中一个交点的坐标是  $(0, 1)$ , 求另一个交点的坐标.

密 封 线 内 不 要 答 题



## 参考答案及解析

### 一、选择题

1.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】此题与顺序有关, 所组成的没有重复数字的三位数共有  $P_5^3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$ (个).

2.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为抛物线的准线.

【应试指导】因为  $y^2 = 3x, p = \frac{3}{2} > 0$ , 所以抛物线  $y^2 = 3x$  的准线方程为  $x = -\frac{p}{2} = -\frac{3}{4}$ .

3.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为一次函数.

【应试指导】因为一次函数  $y = 2x + b$  的图像过点  $(-2, 1)$ , 所以,  $1 = 2 \times (-2) + b, b = 5$ , 即  $y = 2x + 5$ . 结合选项, 当  $x = 1$  时,  $y = 7$ , 故本题选 A.

4.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】若  $ax^2 + bx + c = 0$  有实根, 则  $\Delta = b^2 - 4ac \geqslant 0$ , 反之, 亦成立.

5.【答案】B

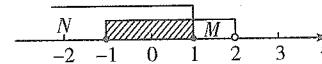
【考情点拨】本题主要考查的知识点为二次函数图像的性质.

【应试指导】由题意知, 当  $y = 0$  时, 由  $x^2 + x - 2 = 0$ , 得  $x = -2$  或  $x = 1$ , 即二次函数  $y = x^2 + x - 2$  的图像与  $x$  轴的交点坐标为  $(-2, 0), (1, 0)$ .

6.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为集合之间的关系.

【应试指导】用数轴表示(如图).



6 题答案图

7.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】当  $x - 5 \neq 0$  时,  $y = \frac{1}{x - 5}$  有意义, 即  $x \neq 5$ .

8.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的最小正周期.

【应试指导】函数  $y = 2\sin 6x$  的最小正周期为  $T = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ .

9.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 $f(x) = \sin x = -\sin(-x) = -f(-x)$ , 所以  $y = \sin x$  为奇函数.

10.【答案】D

【考情点拨】本题主要考查的知识点为复合函数.

【应试指导】 $f(x) = \frac{x+1}{x}$ , 则  $f(x-1) = \frac{x-1+1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$ .

11.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为函数的最大值.

【应试指导】因为  $a + b \geqslant 2\sqrt{ab}$ , 所以  $ab \leqslant \frac{(a+b)^2}{4} = \frac{400}{4} = 100$ .

12.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为随机事件的概率。

【应试指导】2本数学书恰好在两端的概率为 $\frac{P_2^2 \cdot P_5^5}{P_7^7} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{21}$ .

13.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为三角函数式的变换。

【应试指导】因为 $\triangle ABC$ 为等腰三角形,A为顶角, $\cos A = 1 - 2\sin^2 \frac{A}{2} = -\frac{1}{2}$ ,所以 $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ , $\cos B = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}) = \sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

14.【答案】A

【考情点拨】本题主要考查的知识点为不等式的解集。

【应试指导】 $|x-3| > 2 \Rightarrow x-3 > 2$ 或 $x-3 < -2 \Rightarrow x > 5$ 或 $x < 1$ .

15.【答案】B

【考情点拨】本题主要考查的知识点为圆的切线性质和线段的长度。

【应试指导】 $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 11 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-4)^2 = 9$ .则P点距圆心的长度为 $\sqrt{(1+2)^2 + (0-4)^2} = 5$ ,故 $PQ = \sqrt{5^2 - 9} = 4$ .

16.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为向量的数量积的性质。

【应试指导】 $\cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|} = 0 \Rightarrow a \perp b$ .

17.【答案】C

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数的性质。

【应试指导】 $\lg x$ 函数为单调递增函数. $0 = \log 1 < \log a < \log b < \log 100 = 2$ ,则 $1 < a < b < 100$ .

## 二、填空题

18.【答案】7

【考情点拨】本题主要考查的知识点为对数函数与指数函数的计算。

【应试指导】 $3^{\frac{5}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} - \log_4 10 - \log_4 \frac{8}{5} = 3^2 - (\log_4 10 + \log_4 \frac{8}{5}) = 9 - \log_4 16 = 9 - 2 = 7$ .19.【答案】 $y = x - 2$ 

【考情点拨】本题主要考查的知识点为切线方程。

【应试指导】 $y = x^3 - 2x \Rightarrow y' = 3x^2 - 2$ , $y'|_{x=1} = 1$ ,故曲线在点(1, -1)处的切线方程为 $y + 1 = x - 1$ ,即 $y = x - 2$ .20.【答案】 $\frac{1}{8}$ 

【考情点拨】本题主要考查的知识点为等比数列。

【应试指导】 $a_5 = a_2 q^{5-2} = 8 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{8}$ .

21.【答案】8.7

【考情点拨】本题主要考查的知识点为样本平均数。

【应试指导】 $\bar{x} = \frac{8+10+9+9+10+8+9+9+8+7}{10} = 8.7$ .

## 三、解答题

22.根据余弦定理,

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A} \\ &= \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos 110^\circ} \\ &\approx 9.03. \end{aligned}$$

23.(I) 因为 $S_n = n^2 - 2n$ ,则

$$a_1 = S_1 = -1,$$

$$a_2 = S_2 - a_1 = 2^2 - 2 \times 2 - (-1) = 1,$$

$$\begin{aligned} a_3 &= S_3 - a_1 - a_2 = 3^2 - 2 \times 3 - (-1) - 1 \\ &= 3. \end{aligned}$$

(II) 当 $n \geq 2$ 时,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - 2n - [(n-1)^2 - 2(n-1)] \\ &= 2n - 3. \end{aligned}$$

当 $n = 1$ 时, $a_1 = -1$ ,满足公式 $a_n = 2n - 3$ .所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n - 3$ .24.(I) 因为函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ ,所以 $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ .(II) 令 $f'(x) = 0$ ,解得 $x = 3$ 或 $x = -1$ .比较 $f(1), f(3), f(4)$ 的大小,  
 $f(1) = -11, f(3) = -27, f(4) = -20$ .所以函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ 在 $[1, 4]$ 的最大值为-11,最小值为-27.25.(I) 由已知,椭圆的长轴长 $2a = 4$ ,焦距 $2c = 2\sqrt{3}$ ,设其短半轴长为 $b$ ,则

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{4 - 3} = 1.$$

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .(II) 因为直线与椭圆的一个交点为(0, 1),将该交点坐标代入直线方程可得 $m = 1$ ,即 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 1$ .

$$\begin{cases} y = \frac{\sqrt{3}}{2}x + 1, \\ \frac{x^2}{4} + y^2 = 1. \end{cases}$$

解得另一交点坐标为 $(-\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$ .